تم تحميل ملف المادة من مكتبة طلابنا
زورونا على الموقع

www.tlabna.net

مكتبه طلابنا تقدم لكم كل مايحتاج المعلم والمعلمه والطلبه , الطبعات الجديده للكتب والحلول ونماذج الاختبارات والتحاضير وشروحات الدروس بصيغة الورد والبي دي اف وكذلك عروض البوربوينت.

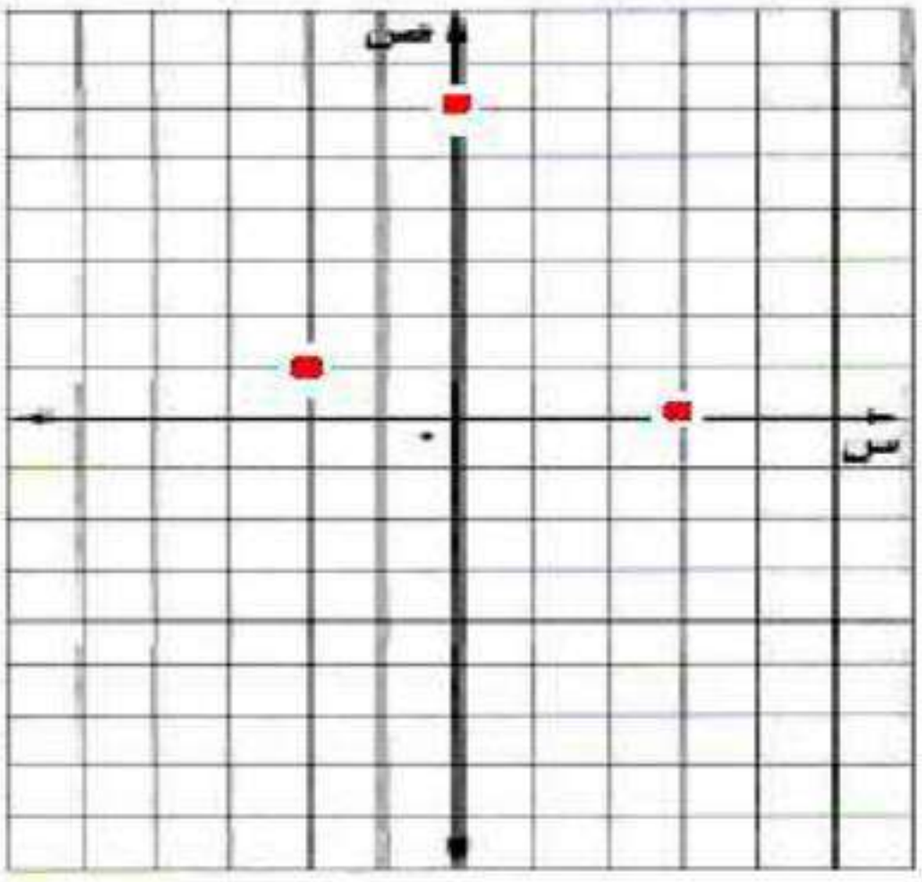
tlabna
www.tlabna.net

٢
العلاقات والدوال الخطية

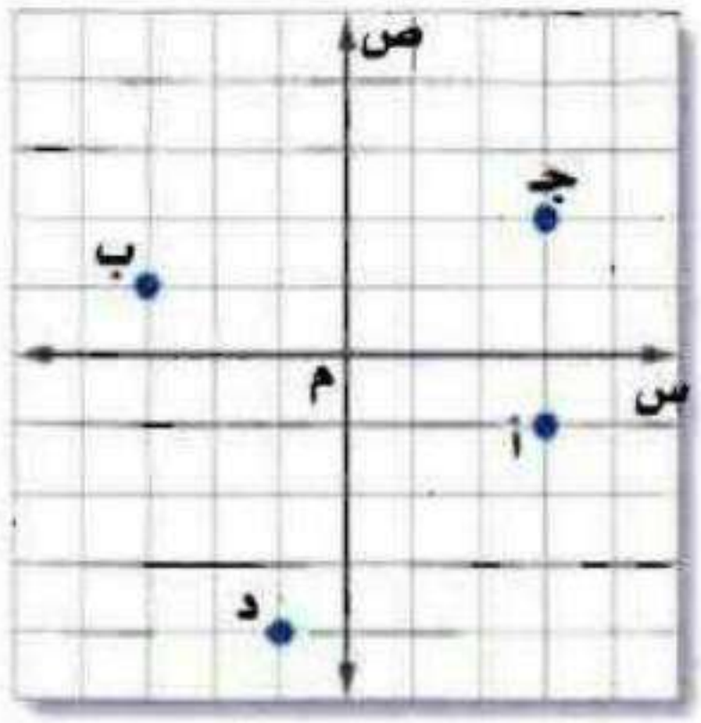
* التهيئة

مثِّل كل زوج مرتب مما يأتي في المستوى الإحداثي:

١) (-٢، ١)　　٢) (٣، ٠)　　٣) (٠، ٦)



اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:



٤) أ ٥) ب

٦) جـ ٧) د

٤) أ = (٣، – ١)
٥) ب = (– ٣، ١)
٦) جـ = (٣، ٢)
٧) د = (– ١، – ٤)

حل كلاً من المعادلات الآتية :

٨) ٢س = ٨

٢س = ٨ اقسم طرفي المعادلة على ٢
س = ٤

٩) س + ١ = ٦

س + ١ – ١ = ٦ – ١ اطرح ١ من الطرفين
س = ٥

١٠) س – ١ = ٥

س – ١ + ١ = ٥ + ١ اجمع ١ على الطرفين
س = ٦

١١) $\frac{١}{٣}$ س = ١

٣ × $\frac{1}{3}$ س = ١ × ٣ اضرب طرفي المعادلة في ٣

س = ٣

١٢) ٢س + ٤ = ٠

٢س + ٤ ـ ٤ = ٠ ـ ٤ اطرح ٤ من الطرفين

٢س = ـ ٤

س = ـ ٢

١٣) س + ٢ = ٢س

٢س ـ س = ٢ اطرح س من الطرفين

س = ٢

أوجد قيمة $\frac{أ - ب}{جـ - د}$ لكل مجموعة من القيم الآتية:

١٤) أ = ٧، ب = ٦، جـ = ٩، د = ٥

$\frac{أ - ب}{د - جـ} = \frac{6 - 7}{5 - 9} = \frac{1}{4}$

١٥) أ = ـ٣، ب = ٠، جـ = ٣، د = ـ١

$\frac{أ - ب}{د - جـ} = \frac{0 - 3 -}{1 + 3} = \frac{3}{4} -$

١٦) أ = ـ٥، ب = ـ٥، جـ = ٥، د = ٨

$\frac{أ - ب}{د - جـ} = \frac{5 + 5 -}{8 - 5} = 0$

١٧) أ = ـ٦، ب = ٣، جـ = ٨، د = ٢

$\frac{أ - ب}{د - جـ} = \frac{3 - 6 -}{2 - 8} = \frac{9}{6} - = \frac{3}{2} -$

١-٢ العلاقات

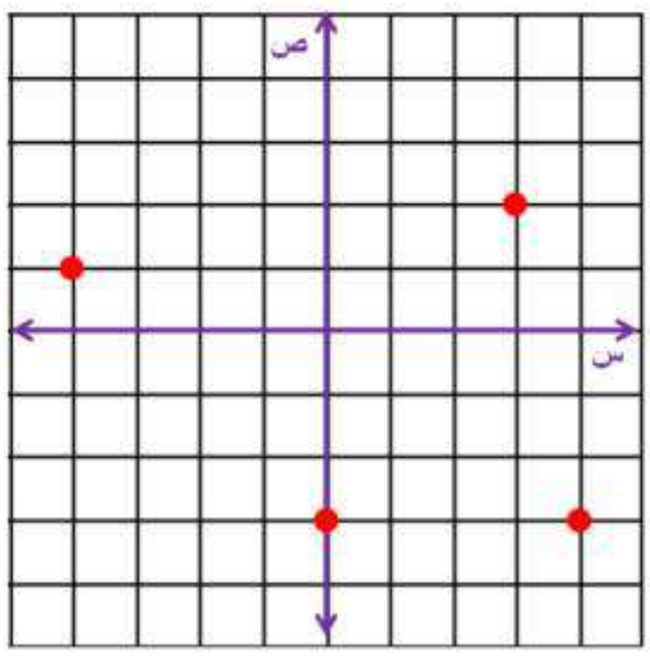
تحقق

١أ) مثّل العلاقة {(٤، −٣)، (٣، ٢)، (−٤، ١)، (٠، −٣)} بجدول، وبيانيًّا، وبالمخطط السهمي.

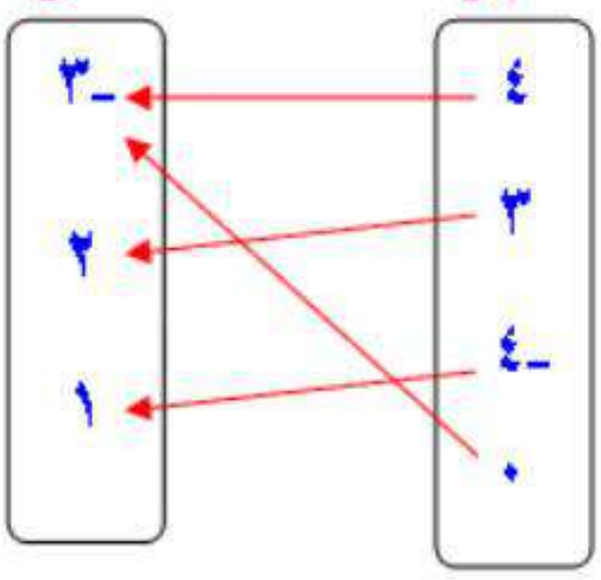
جدول

س	ص
٤	−٣
٣	٢
−٤	١
٠	−٣

بيانياً



المخطط السهمي



١ب) حدد كلًّا من: المجال والمدى.

المجال = {−٤، ٠، ٣، ٤} قيم س هي عناصر المجال

المدى = {−٣، ١، ٢} قيم ص هي عناصر المدى

تحقق

حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

٢أ) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة.

المتغير المستقل: درجة الحرارة.
المتغير التابع: ضغط الهواء داخل الإطار

٢ب) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.

المتغير المستقل: كمية المطر.
المتغير التابع: مستوى سطح الماء في النهر.

تحقق

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:

٣أ)

٣ب)

٣أ) تسير الحافلة بسرعة في بداية السير ثم تتوقف ثم تسير ولكن بسرعة أقل ثم تتوقف مرة ثانية ثم تسير بسرعة أعلو لكن أقل مما بدأت.
٣ب) يزداد الدخل الكلي بازدياد الوقت ولكن ليس بمعدل ثابت.

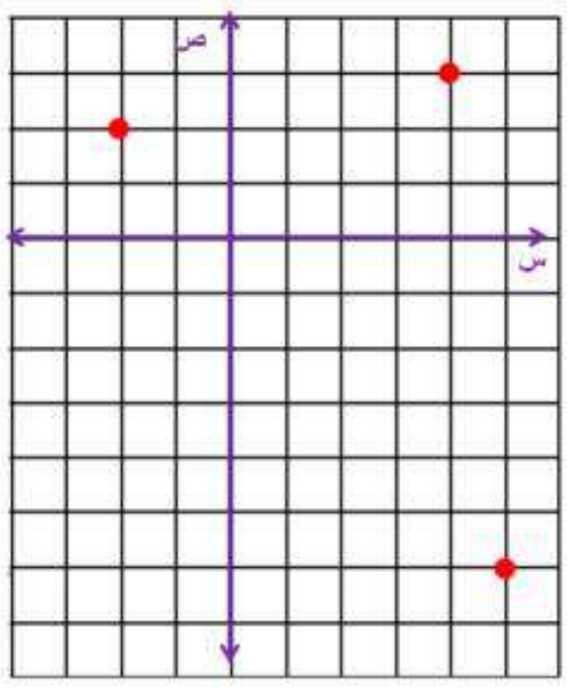
تأكد:

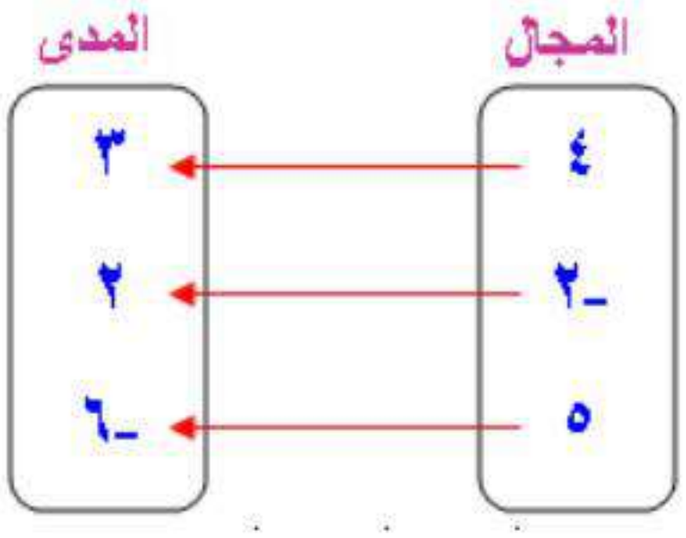
مثال ١ مثِّل كل علاقة فيما يأتي بجدولٍ ، وبيانيًّا، وبمخططٍ سهمي، ثم حدد كلًّا من مجالها ومداها:

١) {(٤، ٣)، (−٢، ٢)، (٥، −٦)}

جدول | بيانياً | مخطط سهمي

س	ص
٤	٣
٢−	٢
٥	٦−





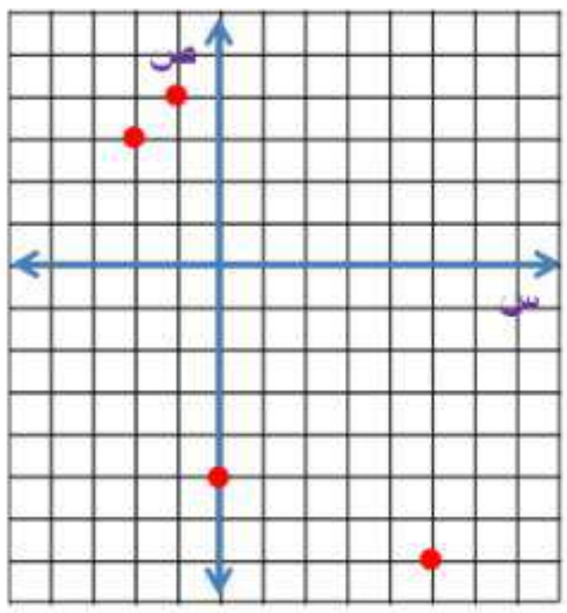
المجال: {− ٢، ٤، ٥} قيم س هي عناصر المجال

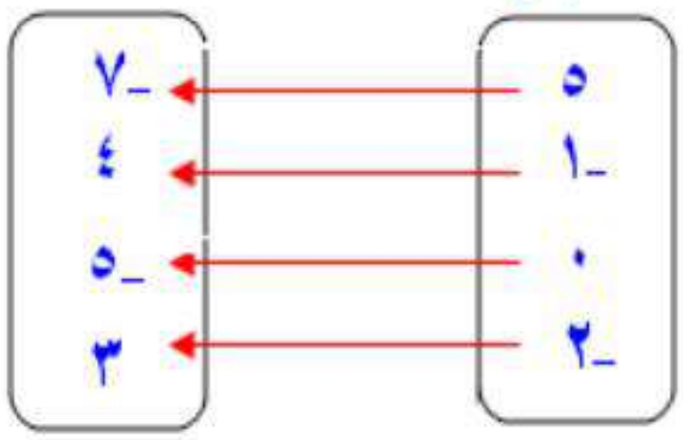
المدى: {− ٦، ٢، ٣} قيم ص هي عناصر المدى

٢) {(٥، −٧)، (−١، ٤)، (٠، −٥)، (−٢، ٣)}

جدول | بيانياً | مخطط سهمي

س	ص
٥	٧−
١−	٤
٠	٥−
٢−	٣





المجال: {− ٢، − ١، ٥، ٠} قيم س هي عناصر المجال

المدى: {− ٧، − ٥، ٣، ٤} قيم ص هي عناصر المدى

مثال ٢ حدد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلِّ علاقة فيما يأتي:

٣) زيادة درجة حرارة مُركَّب داخل وعاء محكم الإغلاق يزيد من الضغط داخل الوعاء.

المتغير المستقل: درجة حرارة المركب.
المتغير التابع: الضغط داخل الوعاء.

٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشترى بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

المتغير المستقل: عدد بطاقات الدخول.
المتغير التابع: المبلوغ المدفوع.

٥) يجري محل تجاري تنزيلات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكثر.

المتغير المستقل: المبيعات.
المتغير التابع: الربح.

مثال ٣ صف كلًّا من التمثيلين البيانيين الآتيين:

٦) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات شركة عبر الإنترنت.

٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري.

٦) بصورة عامة تزداد المبيعات بثبات، مع وجود فترتين تتناقص المبيعات في إحداها وتبقى ثابتة في الأخرى.

٧) بدأ ياسر بالجري، ثم توقف لفترة زمنية قصيرة، ثم تابع بالسرعة نفسها. وأخيراً خفف من سرعته قليلاً.

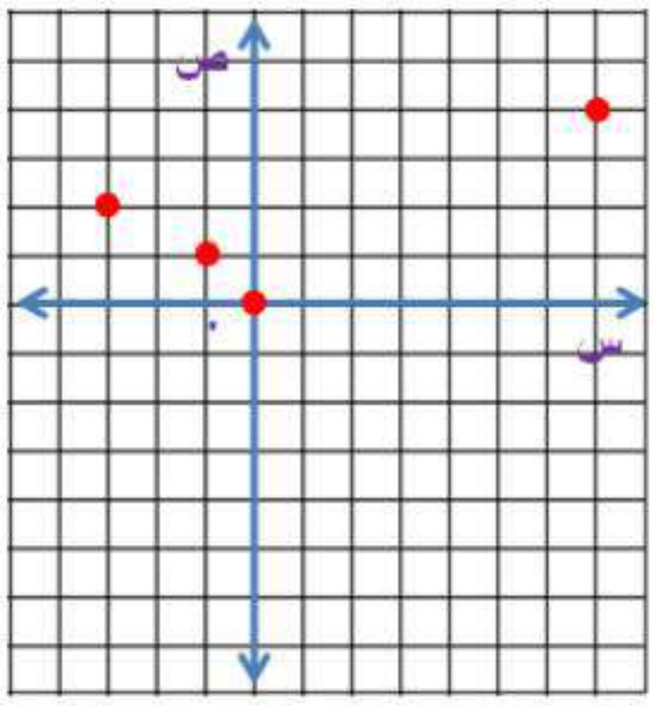
تدرب وحل المسائل:

مثال ١ مثِّل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًّا، وبمخطط سهمي ، ثم حدد كلًّا من مجالها ومداها:

٨) {(٠، ٠)، (−٣، ٢)، (٦، ٤)، (−١، ١)}

جدول | بيانياً | مخطط سهمي

س	ص
٠	٠
٣−	٢
٦	٤
١−	١



٩) {(٥، ٢)، (٥، ٦)، (٣، −٢)، (٠، −٢)}

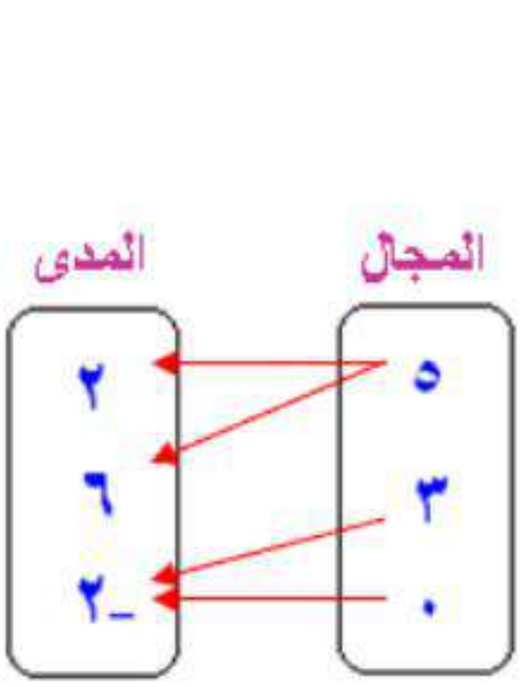
المجال ← المدى

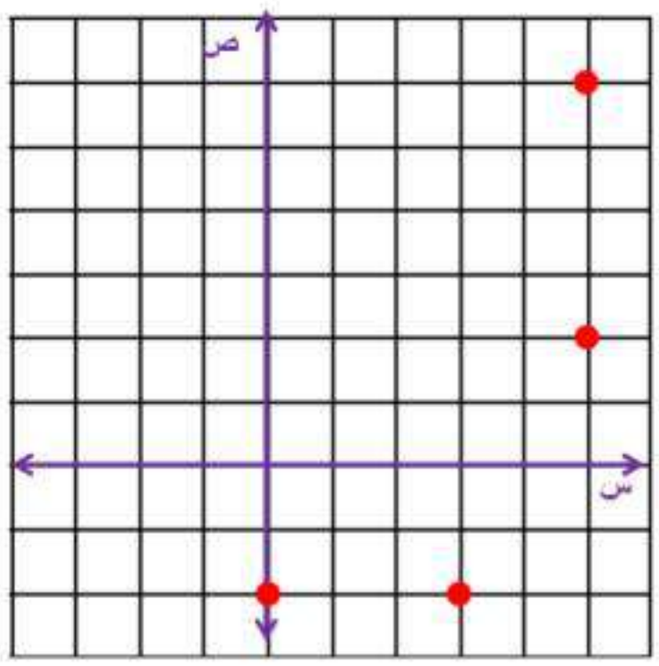
٠ ← ٠

٦ ← ٤

١− ← ١

جدول | بيانياً | مخطط سهمي





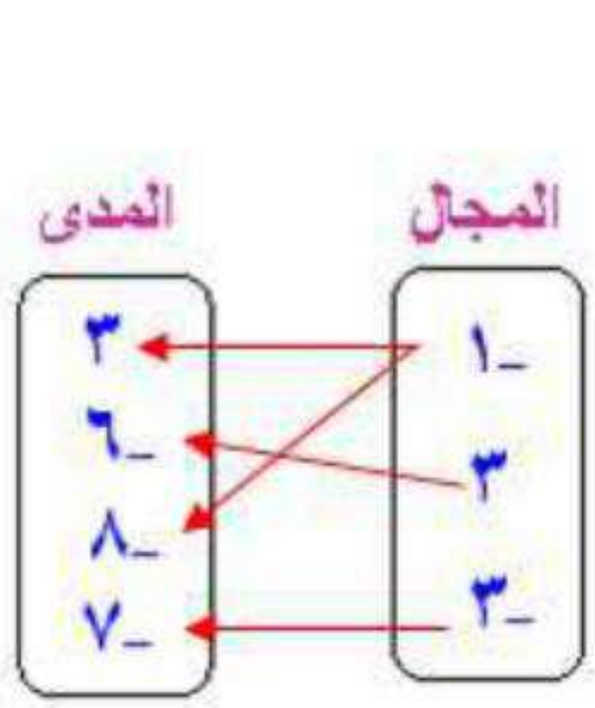
س	ص
٥	٢
٥	٦
٣	٢−
٠	٢−

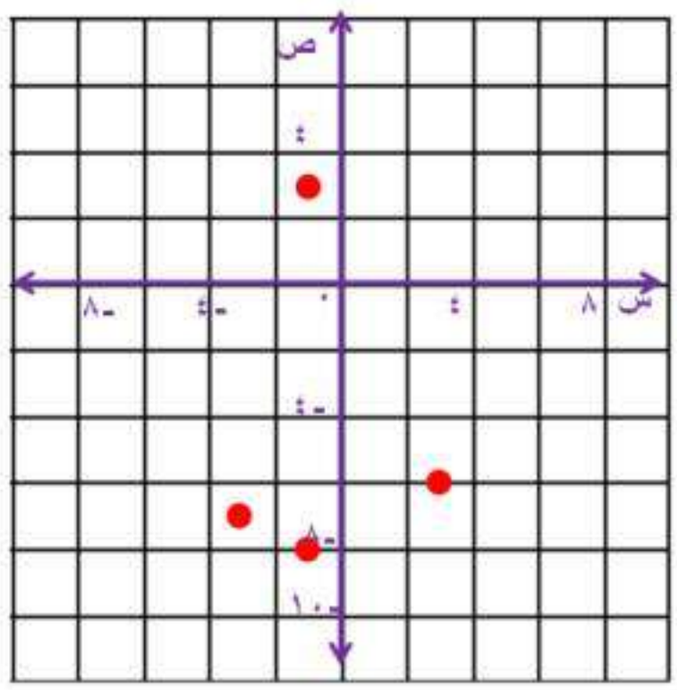
المجال: {٠، ٣، ٥}

المدى: {− ٢، ٢، ٦}

١٠) {(-١، ٣)، (٣، -٦)، (-١، -٨)، (-٣، -٧)}

جدول　　بيانياً　　مخطط سهمي





س	ص
١-	٣
٣	٦-
١-	٨-
٣-	٧-

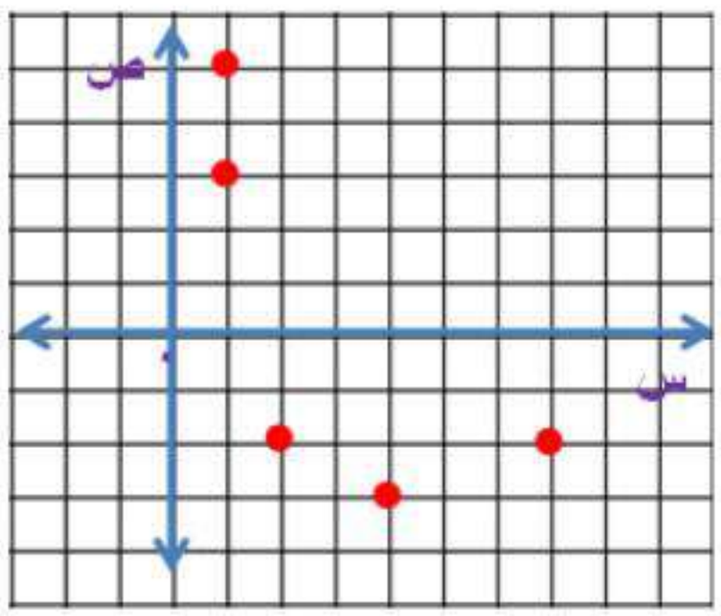
المجال: {- ٣، ١، ٣}

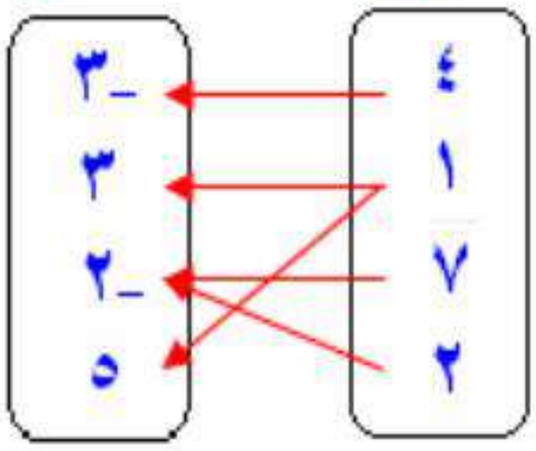
المدى: {- ٨ ، - ٧، - ٦، ٣}

١١) {(٤، -٣)، (١، ٣)، (٧، -٢)، (٢، -٢)، (١، ٥)}

جدول　　بيانياً　　مخطط سهمي

س	ص
٤	٣-
١	٣
٧	٢-
٢	٢-
١	٥





المجال: {١، ٢، ٤، ٧}

المدى: {- ٣، - ٢، ٣، ٥}

مثال ٢ حدد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلٍّ علاقة فيما يأتي:

١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركًا، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

المتغير المستقل: عدد الطلاب الذين حضروا الغداء المشترك.
المتغير التابع: كمية الطعام في الغداء المشترك.

١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورةٍ أسرع، فإنه يستغرق وقتًا أطول للوقوف التام.

المتغير المستقل: سرعة السيارة.
المتغير التابع: الزمن اللازم لتقف السيارة.

مثال ٣ صف كل تمثيل بياني فيما يأتي:

١٤) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات محل للأدوات الرياضية.

يشير التمثيل البياني إلى زيادة مبيعات الأدوات الرياضية، ثم ثباتها لفترة، ثم زيادتها بصورة حادة، ثم ثباتها مرة أخرى، ثم نقصانها بحدة، ثم يستمر نقصانها تدريجياً إلى أن عادت إلى مستوى المبيعات في بداية التمثيل البياني.

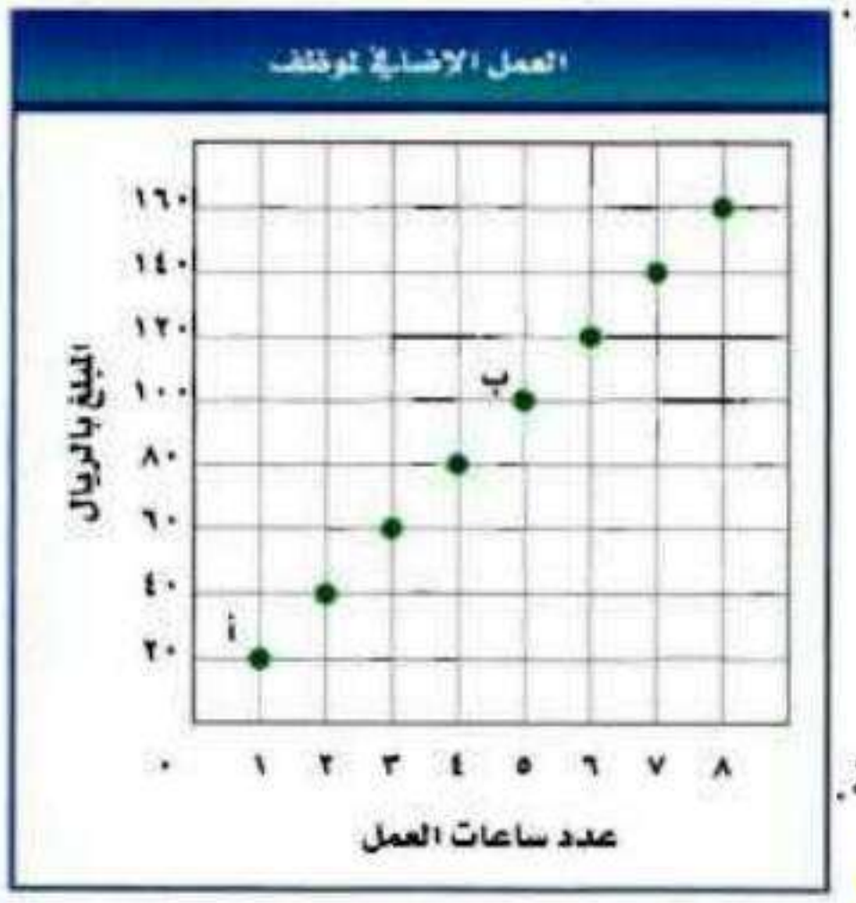
١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه
قيمة لوحة فنية نادرة.

تزداد قيمة اللوحة بنسبة عالية مع مرور الزمن.

١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه
المسافة التي قطعتها سيارة.

تحركت السيارة بسرعة ثم توقفت ثم تحركت بسرعة أعلى ثم توقفت للمرة الثانية ثم واصلت الحركة .

استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٧ – ١٩:



١٧) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيّن ماذا يمثل.

أ = (١، ٢٠)

يحصل الموظف على ٢٠ ريال مقابل ساعة عمل إضافية واحدة.

١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيّن ماذا يمثل.

ب = (٥، ١٠٠)

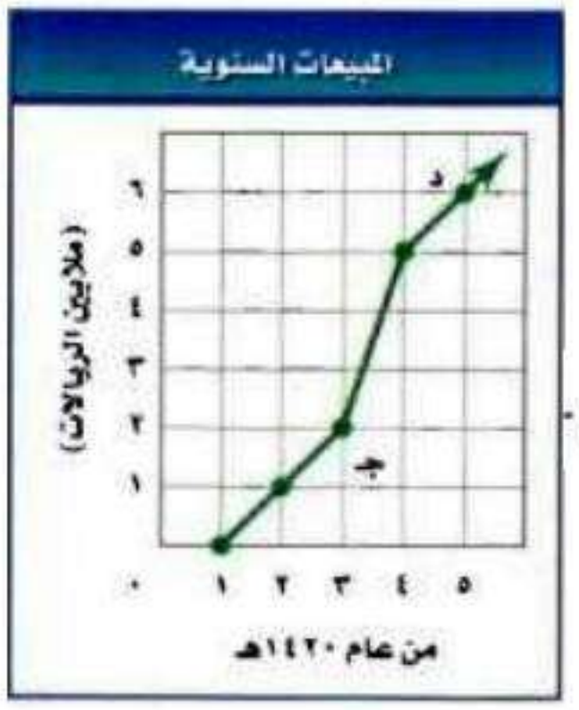
يحصل الموظف على ١٠٠ ريال مقابل ٥ ساعات عمل إضافية.

١٩) عيّن كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

المتغير المستقل: عدد ساعات العمل الإضافية.

المتغير التابع: المبلغ الذي يحصل عليه الموظف.

استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ٢٠ – ٢٢:



٢٠) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة جـ، وبين ماذا يمثل.

جـ = (٣، ٢)
قيمة المبيعات عام ١٤٢٣ هـ كانت مليوني ريال.

٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د، وبين ماذا يمثل.

د = (٥، ٦)
قيمة المبيعات عام ١٤٢٥ هـ ستة ملايين ريالات.

٢٢) عيّن كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

المتغير المستقل: العام.
المتغير التابع: قيمة المبيعات السنوية.

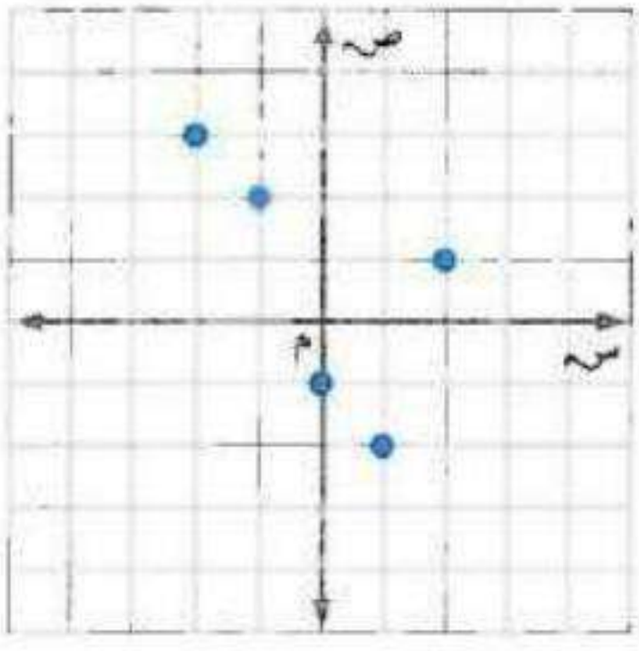
مثِّل كل علاقة فيما يأتي في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة، وحدد كلًّا من مجالها ومداها:

٢٣)

أسعار السمك	
الكتلة (كجم)	السعر (ريال)
١	٢٥
٢	٥٠
٥	١٢٥
٨	١٥٠

{(١، ٢٥)، (٢، ٥٠)، (٥، ١٢٥)، (٨، ١٥٠)}
المجال: {١، ٢، ٥، ٨}
المدى: {٢٥، ٥٠، ١٢٥، ١٥٠}

٢٤)



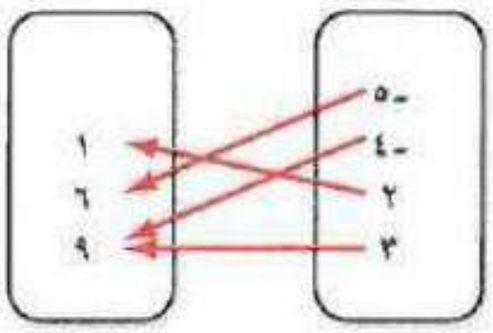
{(– ٢، ٣)، (– ١، ٢)، (٠، – ١)، (١، – ٢)، (٢، ١)}
المجال: {– ٢، – ١، ٠، ١، ٢}
المدى: {٣، ٢، ١، – ١، – ٢}

مَثِّل كل علاقة فيما يأتي بمجموعة أزواج مرتبة:

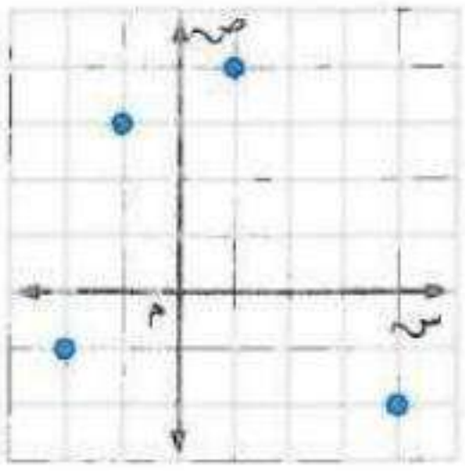
٢٥)

س	ص
٤	١−
٨	٩
٢−	٦−
٧	٣−

٢٦)



٢٧)



٢٥) {(٤، − ١)، (٨، ٩)، (− ٢، − ٦)، (٧، − ٣)}

٢٦) {(− ٥، ٦)، (− ٤، ٩)، (٢، ١)، (٣، ٩)}

٢٧) {(٤، − ٢)، (١، ٤)، (− ١، ٣)، (− ٢، − ١)}

٢٨) **رياضة تنافسية:** بناءً على المعلومات المكتوبة إلى اليمين، أي التمثيلات الآتية هي أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي؟ ولماذا؟

ترياثلون سباق ثلاثي، وهو أشبه بالمارثون، يبدأ بالسباحة، ثم ركوب الدراجات، وينتهي بالجري، بحيث يفصل بين كل مرحلة وأخرى فترة تبديل الملابس والأحذية بحسب المرحلة التالية

المصدر: ويكيبيديا الموسوعة الحرة.

التمثيل أ

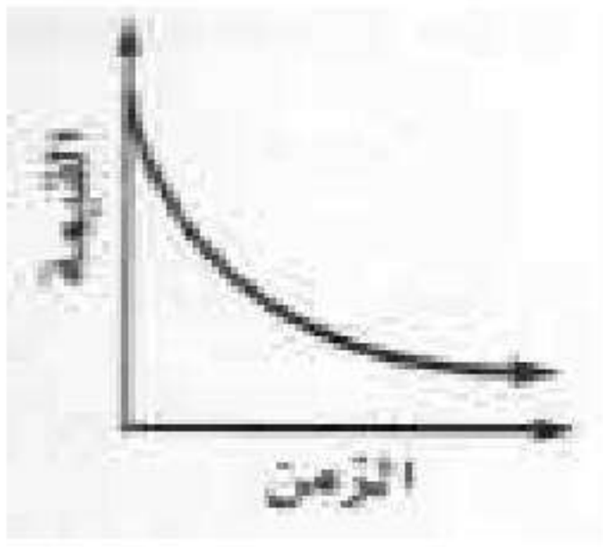
التمثيل ب

التمثيل جـ

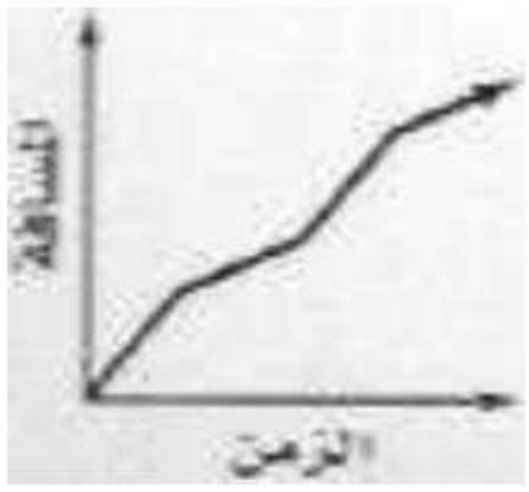
التمثيل ب هو أفضل تمثيل لأنه يشير إلى فترتي توقف يقوم بها الرياضي استعداد للحدث القادم.

مثِّل كل موقف فيما يأتي بيانيًّا:

٢٩) **سيارة:** تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنتاجها.



٣٠) **رياضة:** يتنقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.



٣١) **علم الأحياء:** يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلوجرام ماء تقريبًا لكل ٣ كيلوجرامات من كتلة جسمه. ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة و = ٢ ($\frac{جـ}{٣}$)، حيث تمثل (و) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (جـ) كتلة الجسم.

أ) كوّن جدولًا يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتلهم: ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠ كيلوجرامًا، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا.

ب) حدّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

جـ) حدّد كلًّا من المجال والمدى، ثم مثِّل العلاقة بيانيًّا.

أ)

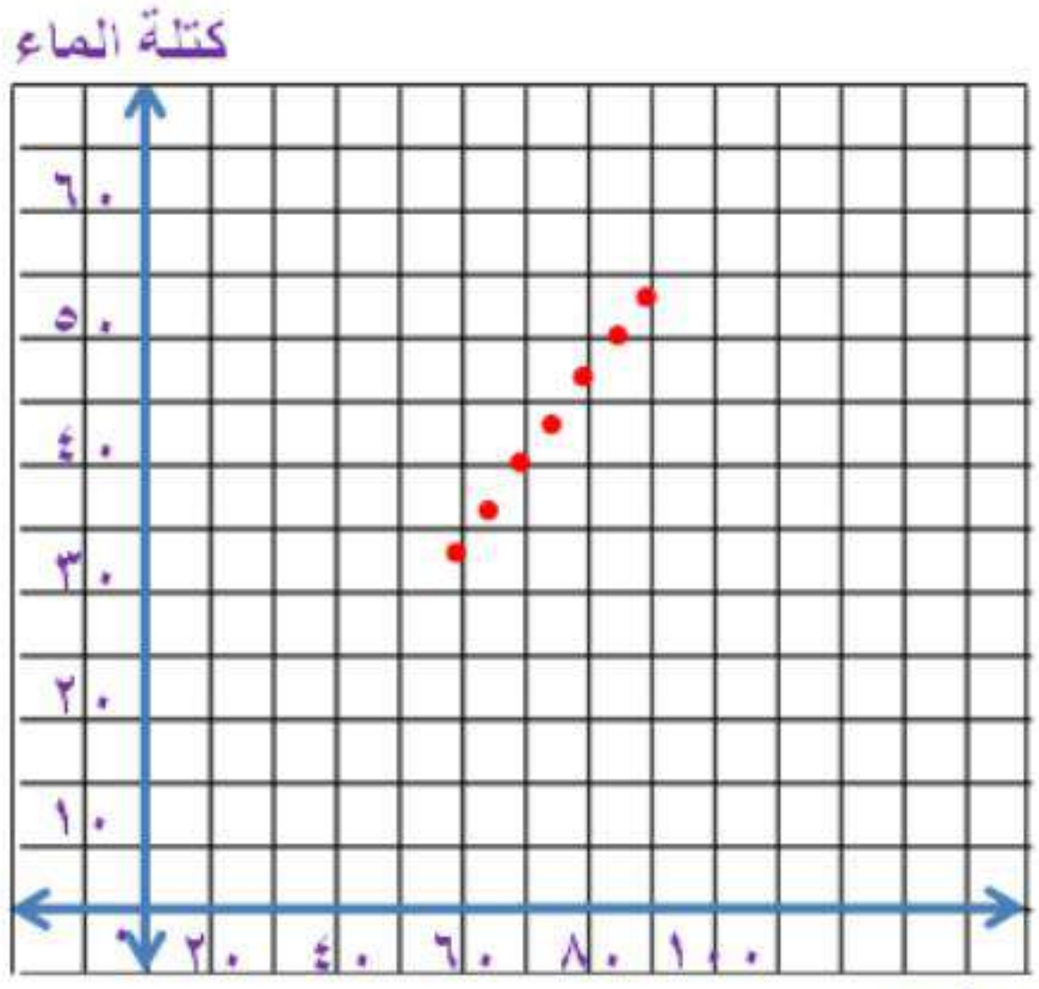
كتلة الجسم	٥٠	٥٥	٦٠	٦٥	٧٠	٧٥	٨٠
كتلة الماء	٣٣,٣	٣٦,٧	٤٠	٤٣,٣	٤٦,٧	٥٠	٥٣,٣

ب) المتغير المستقل: كتلة الجسم (جـ).

المتغير التابع: كتلة الماء في الجسم (و).

جـ) المجال: {٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠}

المدى: {٣٣,٣، ٣٦,٧ ، ٤٠، ٤٣,٣، ٤٦,٧ ، ٥٠، ٥٣,٣}



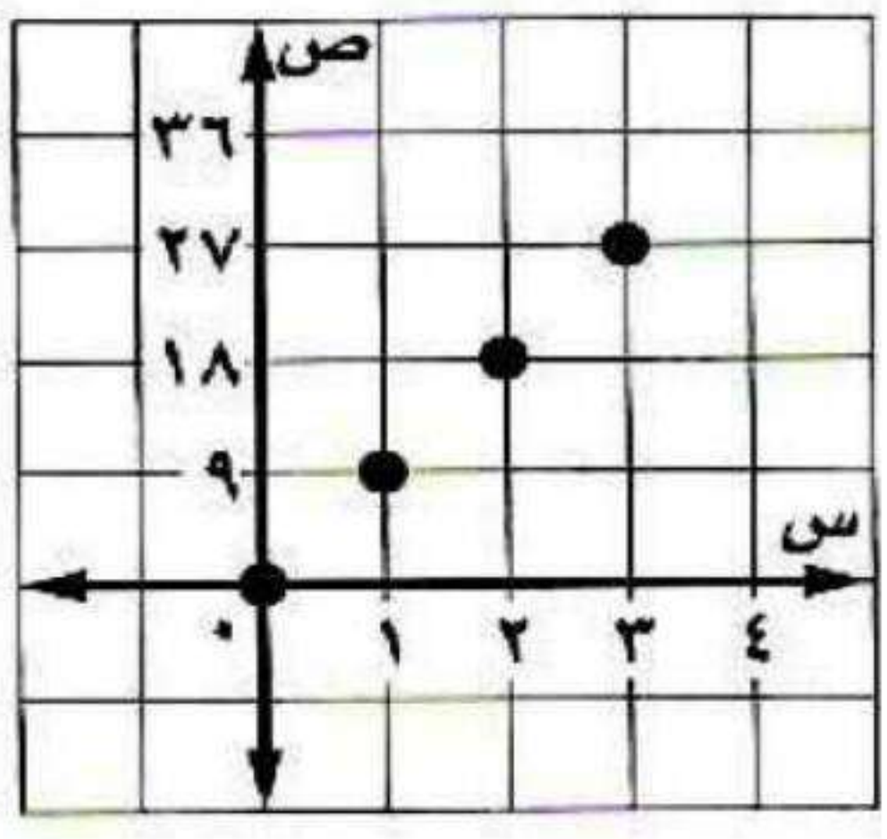
مسائل مهارات التفكير العليا:

٣٢) **مسألة مفتوحة:** صف موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبيِّن كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مَثِّل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة.

عدد بطاقات المسرح المبيعة والثمن الكلي للبطاقات يمكن أن يمثل بعلاقة، إذ يعتمد الثمن الكلي للبطاقات على عدد البطاقات المبيعة.

{(٠، ٠)، (١، ٩)، (٢، ١٨)، (٣، ٢٧)}

عدد البطاقات المبيعة	الثمن الكلي بالريال
٠	٠
١	٩
٢	١٨
٣	٢٧



٣٣) **تحدٌ:** صف موقفًا من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى.

مصنع ملابس تزداد ارباحه كلما زادت ساعات العمل به لحد معين ثم تتناقص الأرباح مع زيادة ساعات العمل ليصبح الربح بالسالب.

٣٤) **اكتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة.

يمكن تسجيل البيانات الواقعة وإظهارها بيانياً أ بالتعبير عن حادث بدلالة حادث آخر وتعطيك التمثيلات البيانية والمخططات السهمية تمثيلاً يمكن مشاهدته للحالة التي يسهل تحليلها وإيجاد قيمتها وتعتمد قيمة المتغير التابع على قيمة المتغير المستقل ويعبر المتغير المستقل عن عمق الماء على حين يعتمد الضغط تحت الماء على الارتفاع أو عمق الماء.

تدريب على اختبار

٣٥) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة : ٦(٣- جـ)+ ٢(١١- جـ)؟

أ) ٢(٢٠- جـ)　　ب) ٨(١٤- جـ)　　**جـ) ٨(٥- جـ)**　　د) ٤٠- جـ

الإجابة: ج) ٨ (٥ – ج)

مراجعة تراكمية

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}:

٣٦) ٦(س + ٥)= ٤٢

٦(س + ٥) = ٤٢
اقسم طرفي المعادلة على ٦
س + ٥ = ٧
اطرح ٥ من الطرفين
س = ٢
مجموعة الحل: {٢}

٣٧) ١٥ = س + ١١

١٥ = س + ١١
اطرح ١١ من الطرفين
س = ٤
مجموعة الحل: {٤}

٣٨) $١٧ = \frac{٤٥}{و} + ٢$

$١٧ = \frac{45}{و} + ٢$

$١٥ = \frac{45}{و}$ اطرح ٢ من الطرفين

١٥و = ٤٥

و = ٣

مجموعة الحل: {٣}

٣٩) حل المعادلة: | س – ٣ | = ٣.

| س – ٣ | = ٣

س – ٣ = ٣ | س – ٣ = – ٣

س = ٦ | س = ٠

مجموعة الحل: {٠، ٦}

٤٠) حل المعادلة ٣س = ٦س – ٦ .

٣س = ٦س – ٦

٦س – ٣س = ٦

٣س = ٦

س = ٢

استعد للدرس اللاحق

أوجد ناتج كلًا مما يأتي:

٤١) ٣ (٢)^{٢} + ٤

$$4+(4\times3)=4+{}^{2}(2)3$$

$$16=4+12=$$

٤٢) ٢ + ٥ × ٣

٢ + (٥ × ٣) = ٢ + ١٥

= ١٧

٤٣) [٥ × (٢–١)]^{٢}

$${}^{2}(1\times5)={}^{2}[(1-2)\times5]$$

$$25={}^{2}5=$$

٢-٢ الدوال

تحقق

١) هل تشكل العلاقة الآتية دالة؟ فسر ذلك.

{(٢، ١)، (٣، -٢)، (٣، ١)، (٢، -٢)}

ليست دالة لأن العدد ٢ في المجال ارتبط بالعددين ١، – ٢.

تحقق

٢) يتسع وعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ١,٣ كجم، وكتلته وهو ممتلئ ٤,٣ كجم.

أ) كوّن جدولًا يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠، ١، ٢، ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

ب) حدّد كلًّا من: مجال الدالة ومداها.

جـ) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانيًّا.

د) بيِّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك.

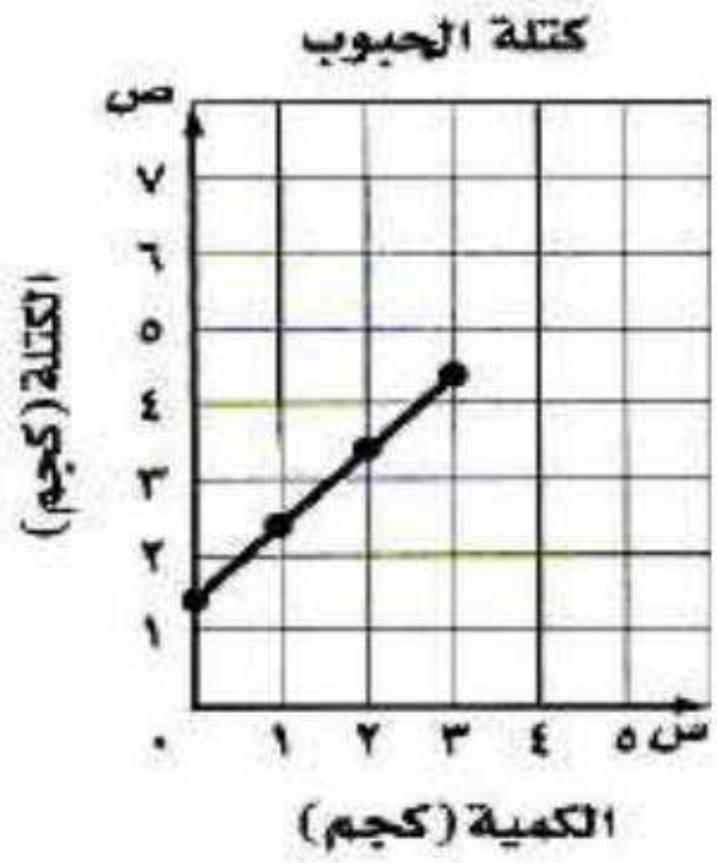
أ–

كمية الحبوب	٠	١	٢	٣
الكتلة	١,٣	٢,٣	٣,٣	٤,٣

ب– المجال: {٠، ١، ٢، ٣}

المدى: {١,٣، ٢,٣، ٣,٣، ٤,٣}

جـ – {(٠، ١,٣)،(١، ٢,٣)،(٢، ٣,٣)،(٣، ٤,٣)}



د– متصلة؛ لأنه قد يكون للحبوب أي كتلة أخرى ويكون للوعاء كتلة تقابل كل كتلة من كمية الحبوب.

تحقق

هل تمثل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

٣أ) $٤س = ٨$

$س = ٢$

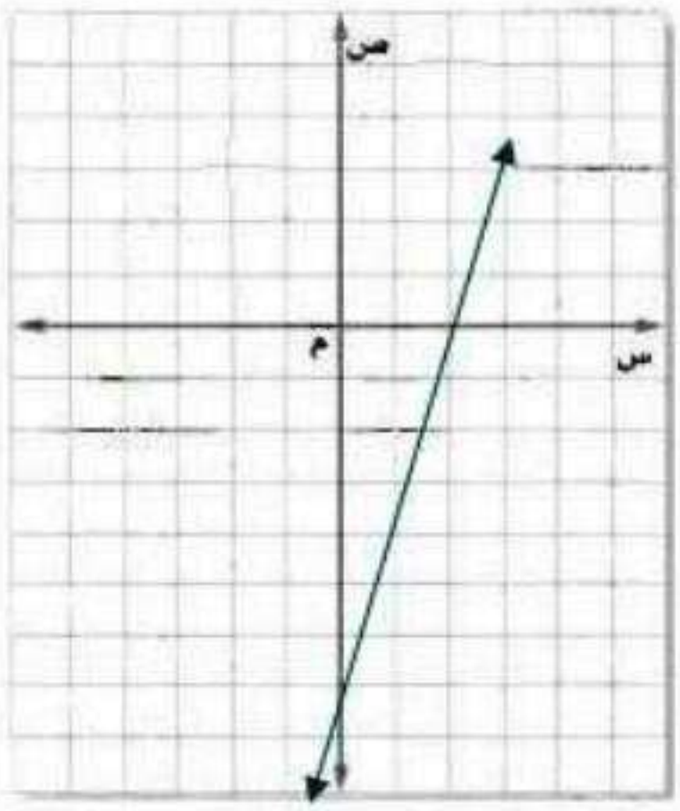
ليست دالة

٣ب) $٤س = ص + ٨$

$٤س = ص + ٨$

س	٠	٢
ص	-٨	٠

دالة، الخط الرأسي لجميع قيم س يمر بنقطة واحدة فقط على التمثيل البياني



تحقق

أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = ٢س − ٣ .

٤أ) د(١)

$د(١) = ٢(١) - ٣$

$د(١) = -١$

٤ب) $٦ - د(٥)$

$٦ - د(٥)$

$= ٦ - (٢(٥) - ٣)$

$= ٦ - (١٠ - ٣)$

$= ٦ - ٧$

$= -١$

٤جـ) $د(-١) + د(٢)$

$د(-١) + د(٢)$

$= ٢(-١) - ٣ + ٢(٢) - ٣$

$= -٢ - ٣ + ٤ - ٣$

$= -٤$

تحقق

إذا كان د(ت)= ٢ت^{٣}، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

٥أ) د(٤)

$د(٤) = ٢(٤)^{٣}$

$= ٢ \times ٦٤$

$= ١٢٨$

٥ب) $٣[د(ت)] + ٢$

$٣(د(ت)) + ٢$

$= ٣(٢(ت)^{٣}) + ٢$

$= ٦ت^{٣} + ٢$

٥جـ) $د(-٣) - د(١)$

$د(-٣) - د(١)$

$= ٢(-٣)^{٣} - ٢(١)^{٣}$

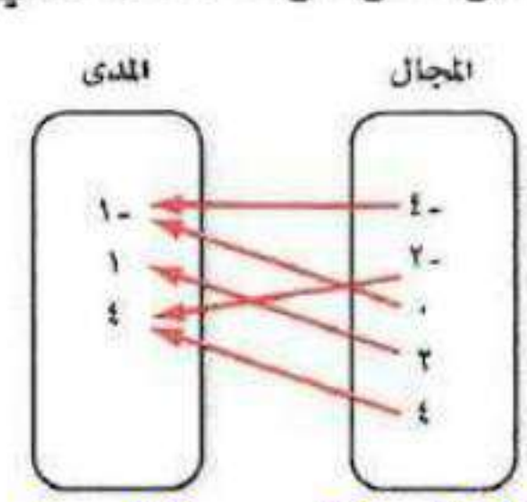
$= -٥٤ - ٢$

$= -٥٦$

تأكد:

المثالان ١ ، ٣ هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسّر إجابتك.

١)



نعم دالة لأن لكل مدخلة مخرجة واحدة فقط.

٢)

المجال	المدى
٢	٦
٥	٧
٦	٩
٦	١٠

ليست دالة لأن القيمة ٦ في المجال ترتبط بالقيمتين ٩، ١٠.

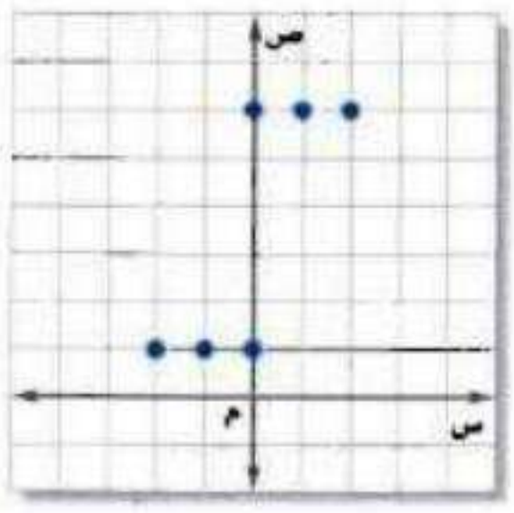
٣) {(٢، ٢)، (-١، ٥)، (٥، ٢)، (٢، -٤)}

ليست دالة لأن القيمة ٢ في المجال ترتبط بالقيمتين ٢، – ٤.

٤) $ص = \frac{١}{٢} س - ٦$

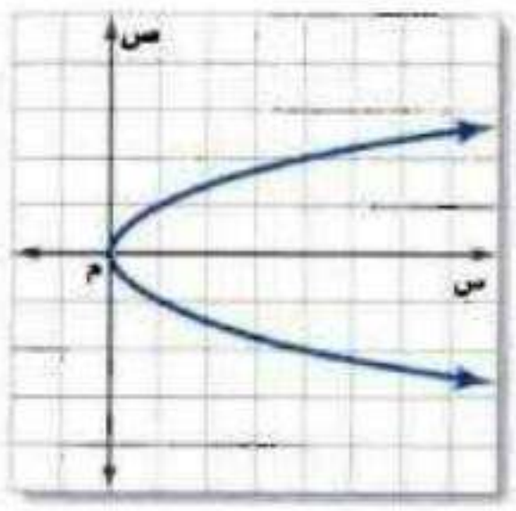
نعم دالة حسب اختيار الخط الرأسي

٥)



ليست دالة لأن عندما س= ٠ ، ص= ١، ٦.

٦)



ليست دالة لأن اختيار الخط الرأسي يبين أن هناك قيماً لـ س ترتبط بأكثر من قيمة لـ ص.

٧) **حج:** يبيِّن الجدول الآتي عدد حجاج الداخل مقربًا إلى أقرب ألف:

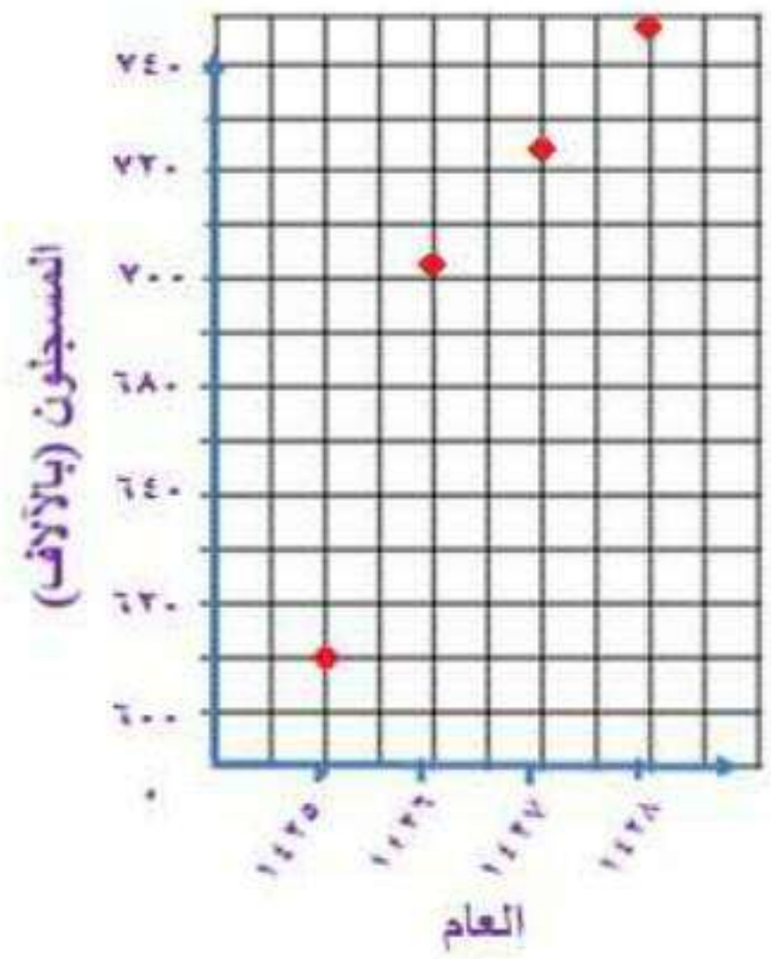
العام	١٤٢٥ هـ	١٤٢٦ هـ	١٤٢٧ هـ	١٤٢٨ هـ
عدد حجاج الداخل بالآلاف	٦٣٠	٧٠١	٧٢٤	٧٤٧

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة والمعلومات cdsi.gov.sa

أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة بدءًا من العام ١٤٢٥ هـ.

{(١٤٢٥، ٦٣٠)، (١٤٢٦، ٧٠١)، (١٤٢٧، ٧٢٤)، (١٤٢٨ ، ٧٤٧)}

ب) مثِّل العلاقة التي تربط السنوات بعدد حجاج الداخل بيانيًّا.



جـ) ما مجال هذه العلاقة، وما مداها؟

المجال: هو العام

المدى: عدد حجاج الداخل

المثالان ٤ ، ٥ إذا كان د (س) = ٦س + ٧، هـ (س) = س^{٢} − ٤، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

٨) د(−٣)

د(− ٣) = ٦(− ٣) + ٧
= − ١١

٩) د(م)

د(م) = ٦م + ٧

١٠) د(ر − ٢)

د(ر − ٢) = ٦(ر − ٢) + ٧
= ٦ر − ٥

١١) هـ (٥)

هـ (٥) = ٢٥ − ٤
= ٢١

١٢) هـ (أ)

هـ (أ) = أ^{2} − ٤

١٣) هـ (−٤ت)

هـ(− ٤ت) = ١٦ت^{2} − ٤

١٤) د(ك + ١)

د(ك + ١) = ٦ك + ١٣

١٥) د(٢) + هـ (−٢)

د(٢) + هـ (− ٢)
= ٦(٢) + ٧ + (− ٢)^{2} − ٤
= ١٩ + ٠ = ١٩

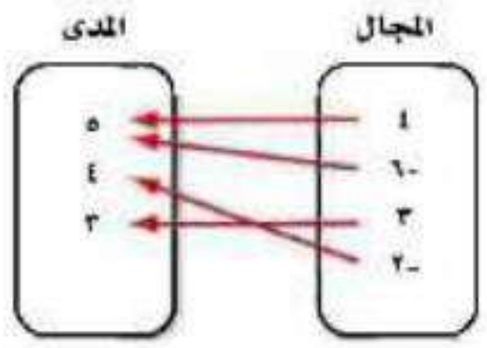
١٦) هـ (−ب)

هـ(− ب) = ب^{2} − ٤

تدرب وحل المسائل:

مثال ١ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسّر إجابتك.

١٧)



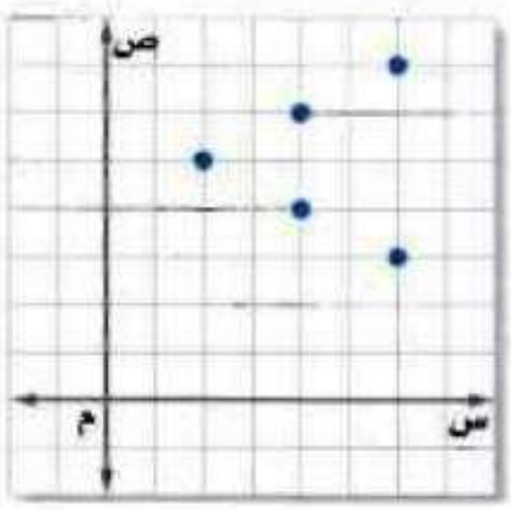
نعم دالة لأن لكل مدخلة مخرجة واحدة فقط.

١٨)

المجال	المدى
٤	٦
٥-	٣
٦	٣-
٥-	٥

لا، لأن (– ٥) مدخلة و لها مخرجان (٥،٣).

١٩)



ليست دالة لأنه توجد مدخلة لها مخرجتان حيث المدخلة ٤ لها مخرجتان ٤، ٦.

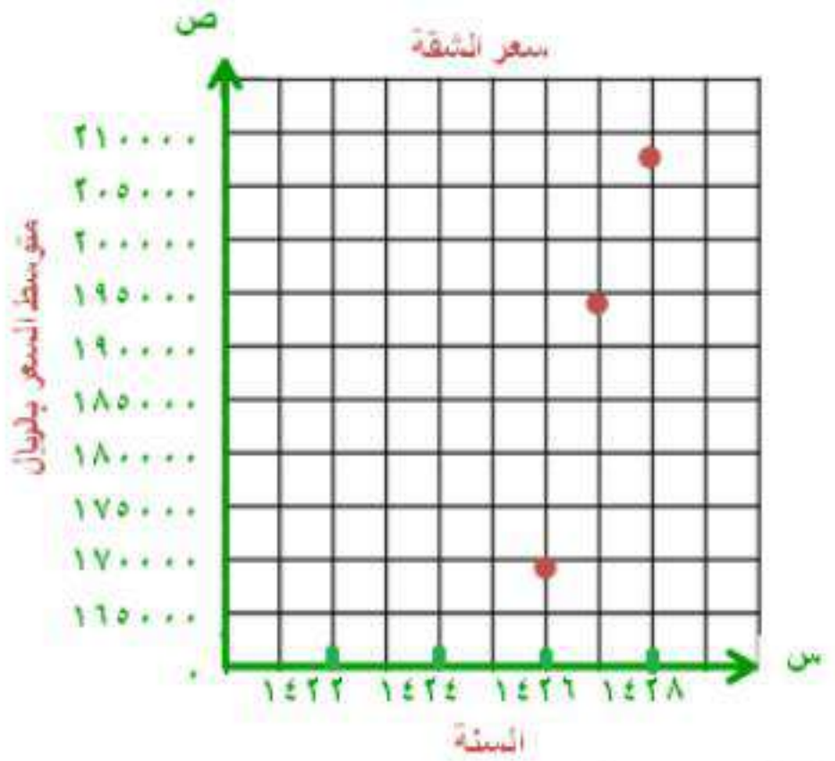
مثال ٢٠٢) **عقار:** يبين الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٢٦ إلى١٤٢٨ هـ.

السنة	السعر بالريال
١٤٢٦ هـ	١٦٩٩٠٠
١٤٢٧هـ	١٩٤٩٠٠
١٤٢٨هـ	٢٠٧٧٠٠

أ) اكتب بيانات الجدول على صورة أزواج مرتبة.

{(١٤٢٦، ١٦٩٩٠٠)،(١٤٢٧، ١٩٤٩٠٠)،(١٤٢٨، ٢٠٧٧٠٠)}

ب) مثّل العلاقة بين السنة والسعر بيانيًّا.



جـ) ما مجال هذه البيانات، وما مداها ؟

المجال هو السنة.
المدى متوسط سعر الشقة.

مثال ٣ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

٢١) {(٥، −٧)، (٦، −٧)، (−٨، −١)، (٠، −١)} — **نعم تمثل دالة.**

٢٢) {(٤، ٥)، (٣، −٢)، (−٢، ٥)، (٤، ٧)} — **لا تمثل دالة.**

٢٣) ص = −٨ — **نعم تمثل دالة.**

٢٤) س = ١٥ — **لا تمثل دالة.**

٢٥) ص = ٣س − ٢ — **نعم تمثل دالة.**

٢٦) ص = ٣س + ٢ص — **نعم تمثل دالة.**

إذا كان د(س) = −٢س − ٣، هـ (س) = س^{٢} + ٥س، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

٢٧) د(−١)

د(− ١) = − ٢(− ٢) − ٣
= − ٤ + ٣
= − ١

٢٨) د(٦)

د(٦) = − ٢(٦) − ٣
= − ١٢ − ٣
= − ١٥

٢٩) هـ(٢)

هـ (٢) = ٢^{٢} + ٥(٢)
= ٤ + ١٠
= ١٤

٣٠) هـ(−٦م)

هـ (− ٦م) = (− ٦م)^{2} + ٥(− ٦م)
= ٣٦م^{2} − ٣٠م

٣١) د(ر+ ٢)

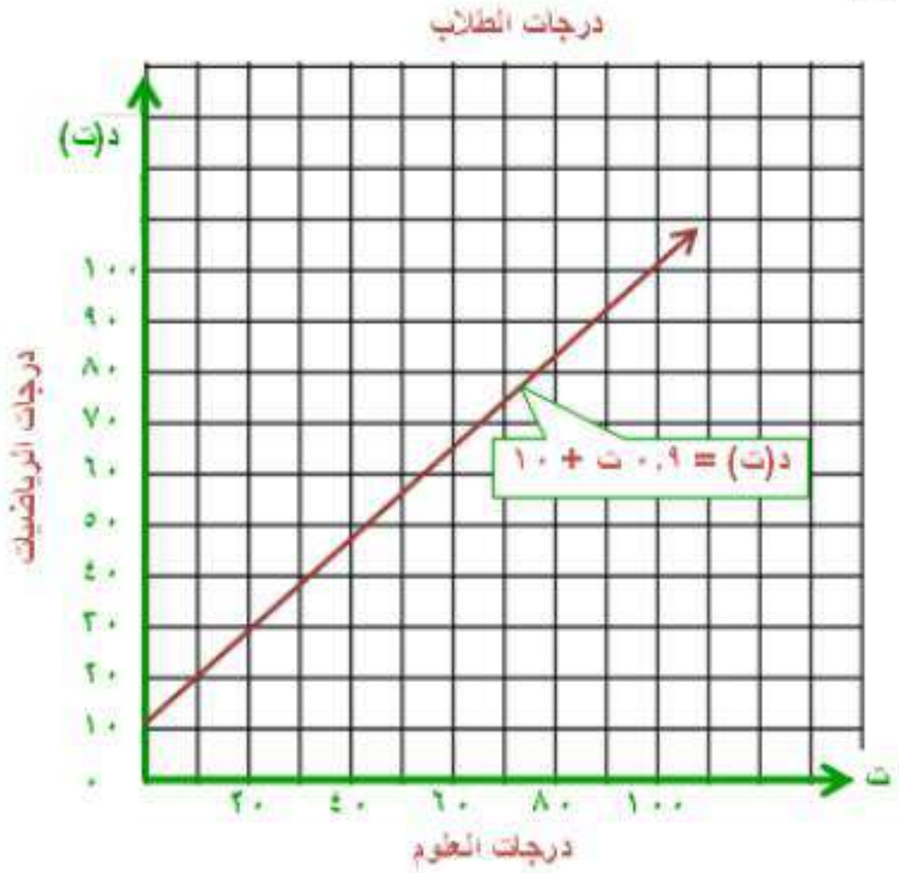
د(ر+٢) = − ٢(ر + ٢) − ٣
= − ٢ر − ٤ − ٣
= − ٢ر − ٧

٣٢) ٣[هـ(ن)]

٣[هـ (ن)] = ٣(ن^{2} + ٥ن)
= ٣ن^{2} + ١٥ن

٣٣) **تربية وتعليم:** مثَّل معلمٌ معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات د(ت)، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم ت بالدالة: د(ت)= ٠,٩ ت + ١٠.

أ) مثّل هذه الدالة بيانيًّا.



ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠؟

درجة العلوم هي ١٠٠.

جـ) ما مجال هذه الدالة، وما مداها؟

المجال: درجات العلوم.
المدى: مجموعة درجات الرياضيات.

٣٤) أمن: يتقاضى حارس أمن مبلغ ١٢,٥ ريالًا عن كل ساعة عمل.

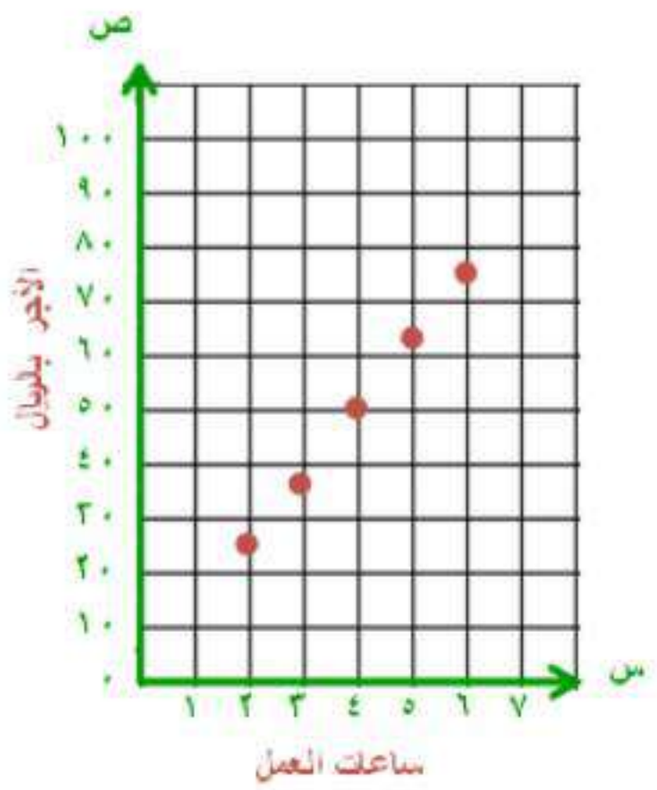
أ) اكتب عبارة جبرية تبين ما يتقاضاه الحارس لقاء س ساعة عمل.

ما يتقاضاه الحارس = ١٢,٥س.

ب) اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملها الحارس. وكوّن جدولًا بالساعات س، والمبلغ الذي يتقاضاه مقابلها.

ساعات العمل	٢	٣	٤	٥	٦
الأجر بالريال	٢٥	٣٧,٥	٥٠	٦٢,٥	٧٥

جـ) مثّل قيم الجدول بيانيًّا.



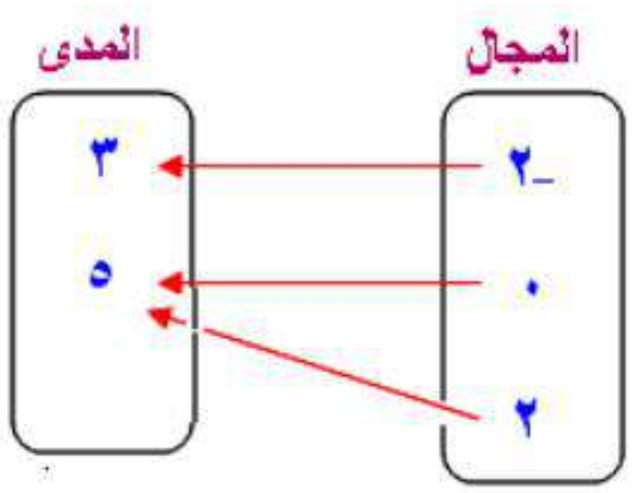
د) هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولًا؟ برّر إجابتك.

نعم؛ لأنه يمكن أن يدفع له أجزاء من الساعة التي يعمل فيها.

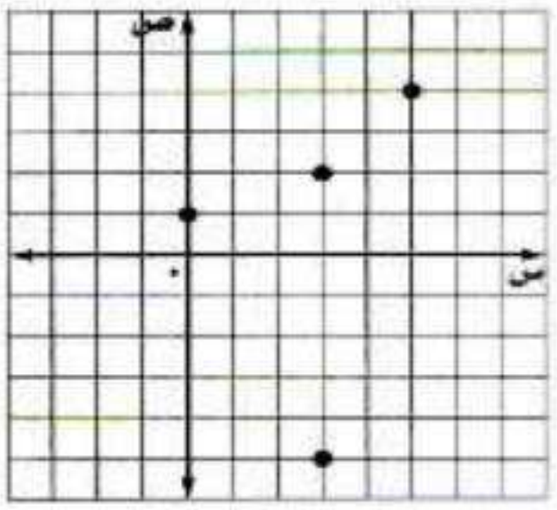
مسائل مهارات التفكير العليا:

٣٥) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثّلها بطريقة أخرى.

{(٢ ، ٣)،(٠ ، ٥)،(٢ ، ٥)}



٣٦) **تبرير:** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة {(٠، ١)، (٣، ٢)، (٣، -٥)، (٥، ٤)} علاقة بين المتغيرين س، ص. مثّل هذه الأزواج المرتبة بيانيًّا، وحدّد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفسّر إجابتك.



لا تمثل دالة لأن العنصر ٣ من عناصر المجال ارتبط بعنصرين من عناصر المدى هما ـ ٥، ٢.

٣٧) **تحدٍّ:** إذا كان د (٣ب- ١) = ٩ب- ١، فاكتب عبارة تمثل د(س).

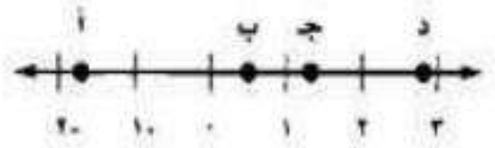
د(س) = ٣س + ٢

٣٨) **اكتب:** استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لتفسر كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.

يمكن استعمال الدوال في دراسات السلامة على الطرق لتحديد العلاقة بين سرعة السيارة ومسافة التوقف التام ويمكن أن يساعد ذلك في تحديد السرعات وقد تساعد هذه الدالة في فهم أسباب الحوادث.

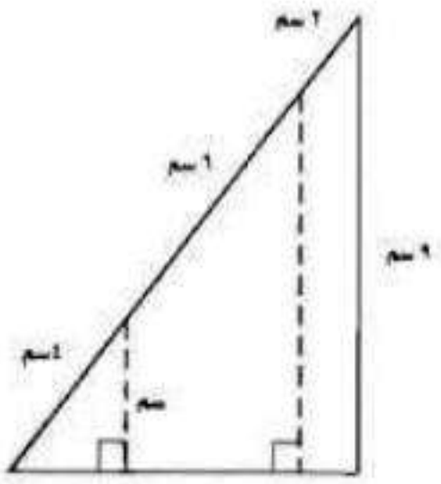
تدريب على اختبار

٣٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عددًا مربعه أقل منه؟



أ) أ
جـ) جـ
ب) ب
د) د

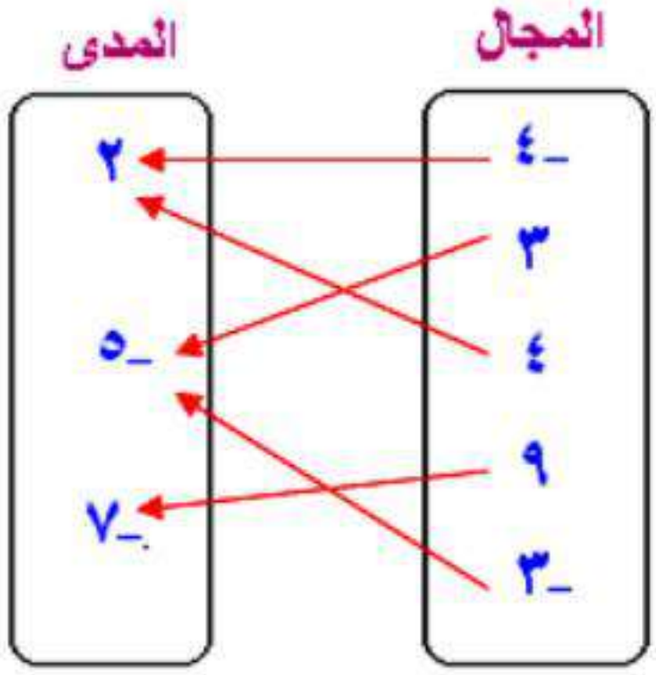
٤٠) **هندسة:** ما قيمة س؟



أ) ٣ سم.
ب) ٤ سم.
جـ) ٥ سم.
د) ٦ سم.

مراجعة تراكمية

٤١) مثّل العلاقة :{ (−٤ ، ٢) ، (٣ ، −٥) ، (٤ ، ٢) ، (٩ ، −٧) ، (−٣ ، −٥) } بمخطط سهمي. (الدرس ١-٢)



٤٢) حل المعادلة ٣س − ٨ = ٧ . (الدرس ٤-١)

٣س − ٨ = ٧

٣س − ٨ + ٨ = ٧ + ٨

٣س = ١٥

س = ٥

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس ١-٤)

٤٣) $س = \frac{٣ + ٢٧}{١٠}$

$\frac{3 + 27}{10} = س$

١٠س = ٣٠

س = ٣

٤٤) $م = \frac{٤ + ^{٢}٣}{٥ - ٧}$

$\frac{4 + ^{2}3}{5 - 7} = م$

$\frac{4 + 9}{2} = م$

$\frac{13}{2} = م$

٤٥) ع = ٣٢ + ٤(−٣)

ع = ٣٢ + ٤(−٣)

ع = ٣٢ − ١٢

ع = ٢٠

استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة مما يأتي:

٤٦) س − ٨ = ١٥

س − ٨ = ١٥

س − ٨ + ٨ = ١٨ + ٨

س = ٢٦

٤٧) ٩س − ١١ = −٢٩

٩س − ١١ = − ٢٩

٩س − ١١ + ١١ = − ٢٩ + ١١

٩س = − ١٨

$\frac{9}{9}س = \frac{-18}{9}$

س = − ٢

٤٨) ١٨ − ٢س = ٢٤

١٨ − ٢س = ٢٤

١٨ − ١٨ − ٢س = ٢٤ − ١٨

− ٢س = ٦

$\frac{-2س}{-2} = \frac{6}{-2}$

س = − ٣

٤٩) ٥ − ٨ص = ٦١

٥ − ٨ص = ٦١

٥ − ٥ − ٨ص = ٦١ − ٥

− ٨ص = ٥٦

$$\frac{-8ص}{-8} = \frac{56}{-8}$$

ص = ٧

٥٠) $٣ + \frac{س}{٢} = ٧$

$$3 - 3 + \frac{س}{2} = 3 - 7$$

$$\frac{س}{2} = 4$$

$$2 \times \frac{س}{2} = 2 \times 4$$

س = ٨

٥١) $\frac{س}{٦} + ١ = ٥$

$$1 - 5 = 1 - 1 + \frac{س}{6}$$

$$4 = \frac{س}{6}$$

$$6 \times 4 = 6 \times \frac{س}{6}$$

س = ٢٤

٢-٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيا

تحقق

أ) $\frac{1}{3}$ ص = −١

$\frac{1}{3}$ ص = − ١

٣ × $\frac{1}{3}$ ص = − ١ × ٣

ص = − ٣

هذه المعادلة على الصورة القياسية.

أ = ٠، ب = ١، جـ = − ٣ وهي معادلة خطية.

ب) ص = س^{٢} − ٤

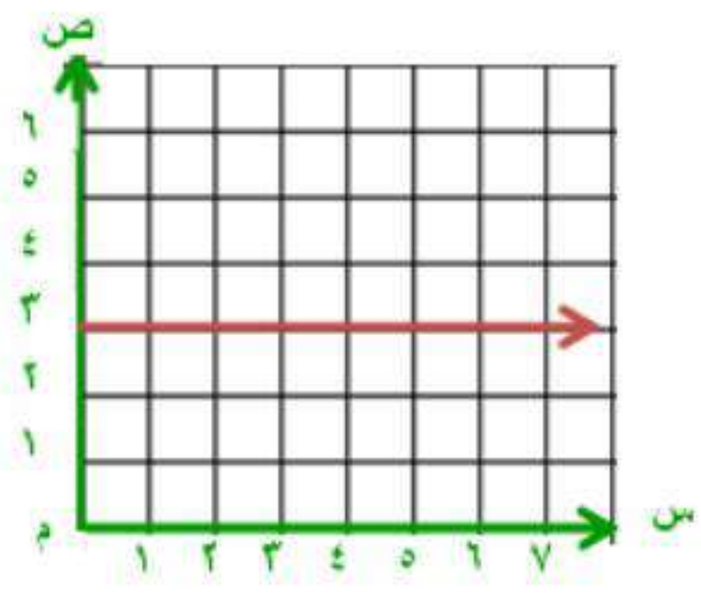
ص = س^{٢} − ٤

بما أن الحد س مربع فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة

أ س + ب س = جـ لذا فهي ليست معادلة خطية.

تحقق

٢) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانبًا:



أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.

ب) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.

جـ) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.

د) لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

الإجابة: د) لا يوجد مقطع سيني والمقطع الصادي ٣.

تحقق

٣) **قيادة السيارة:** تريد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبين المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصِفْ معنى كل منهما.

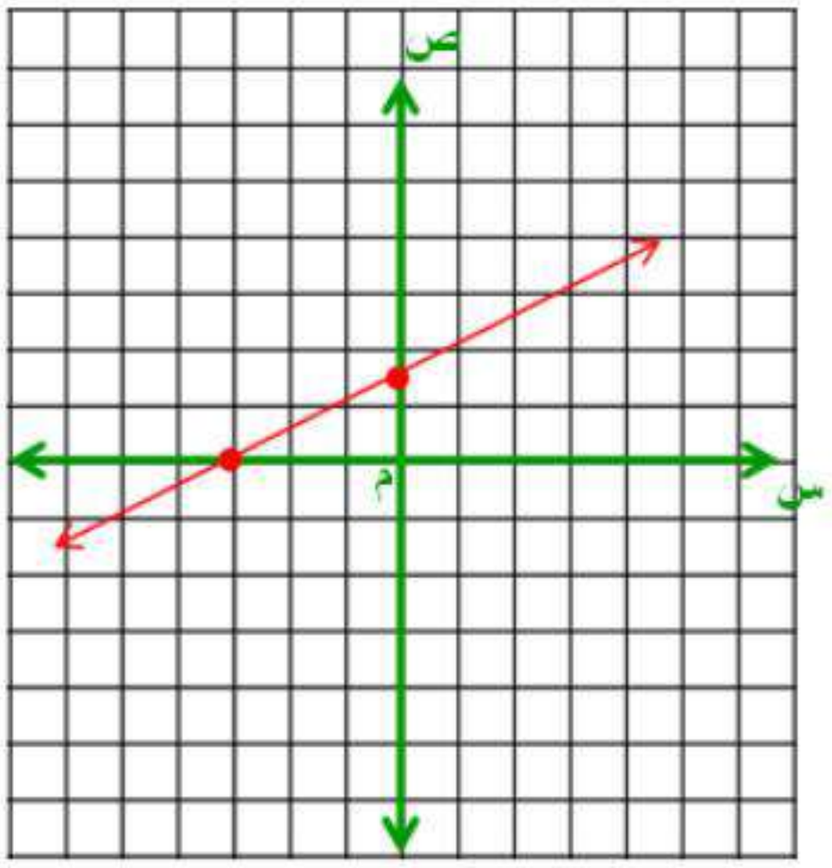
الزمن بالساعة (س)	المسافة المتبقية بالكيلومتر (ص)
٠	٢٤٨
١	١٨٦
٢	١٢٤
٣	٦٢
٤	٠

المقطع السيني ٤ يعني أن عائلة أحمد وصلت إلى المزرعة بعد ٤ ساعات أما المقطع الصادي ٢٤٨ فيعني أن منزلهم يبعد ٢٤٨ كيلو متر عن المزرعة.

تحقق

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي :

أ) ٤ – س + ٢ص = ٣



– س + ٢ص = ٣

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

– س + ٢ص = ٣

– س + ٢(٠) = ٣

س = – ٣

المقطع السيني – ٣؛ أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (– ٣، ٠)

لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

– س + ٢ص = ٣

٠ + ٢ص = ٣

ص = ٣ ÷ ٢

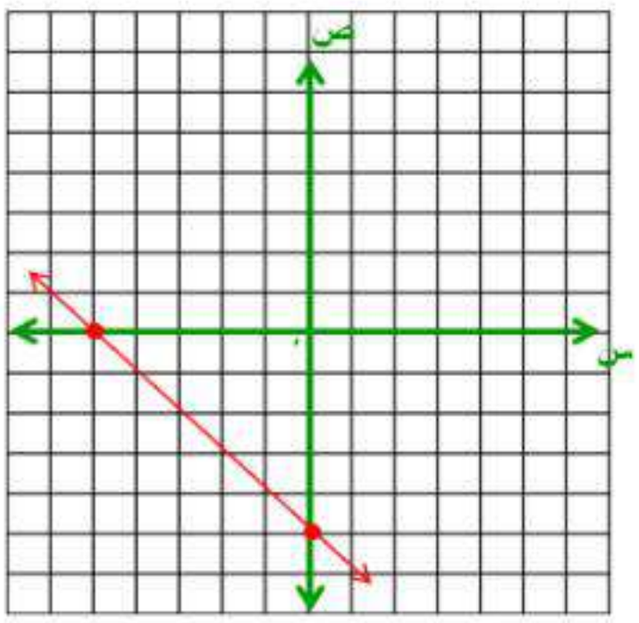
ص = ١,٥

المقطع الصادي ١,٥؛ أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ١,٥)

س	ص
٠	١,٥
– ٣	٠

٤ب) ص = – س – ٥

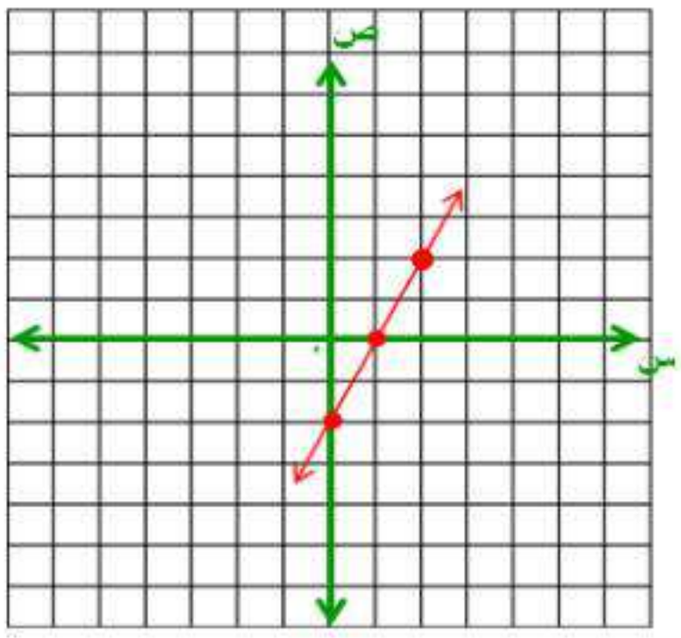
س	ص
٠	٥ –
٥ –	٠



مثّل بيانيًّا كل معادلة فيما يأتي بتكوين جدول:

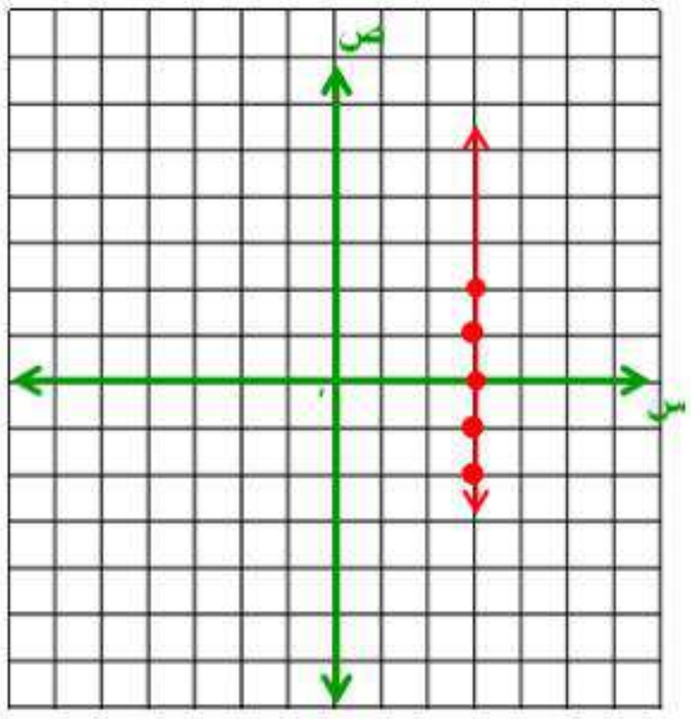
٥أ) ٢س – ص = ٢

س	ص
٠	٢ –
١	٠
٢	٢



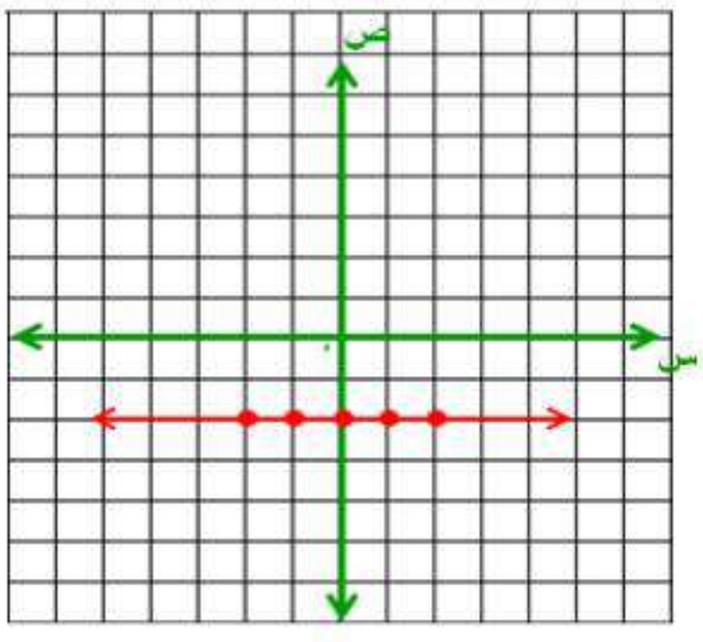
٥ب) س = ٣

س	ص
٣	٢ –
٣	١ –
٣	٠
٣	١
٣	٢



٥جـ) ص = –٢

س	ص
٢ –	٢ –
١ –	٢ –
٠	٢ –
١	٢ –
٢	٢ –
٢ –	٢ –



مثال ١ حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتى خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية :

١) س = ص – ٥

نعم خطية، الصورة القياسية س – ص = – ٥

٢) $-٢س - ٣ = ص$

نعم خطية، الصورة القياسية ٢س + ص = – ٣

٣) $-٤ص + ٦ = ٢$

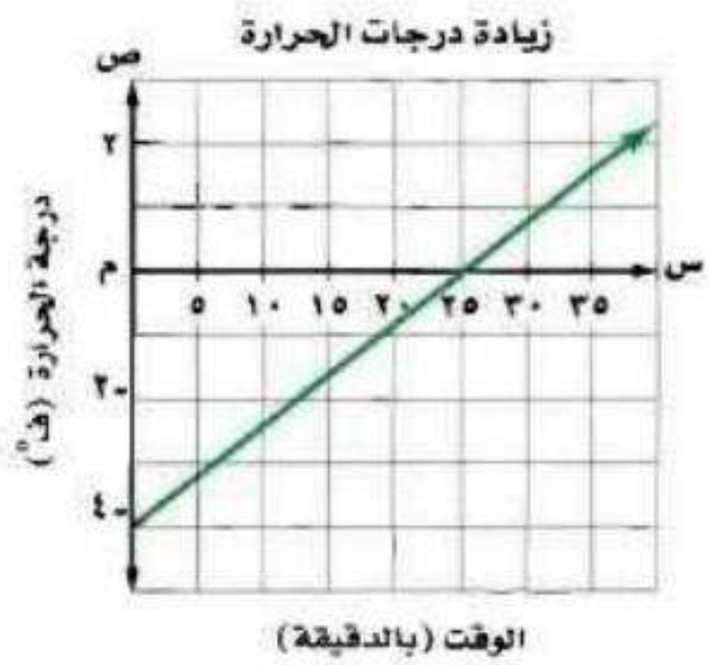
نعم خطية، الصورة القياسية ص = ١

٤) $\frac{٢}{٣}س - \frac{١}{٣}ص = ٢$

نعم خطية والصورة القياسية: ٢س – ص = ٦

المثالان ٢ ، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

٥)



المقطع السيني ٢٥ يعني أن درجة الحرارة بعد ٢٥ دقيقة تكون صفر.
المقطع الصادي – ٤ يعني أن درجة الحرارة كانت – ٤ف° عندما كان الوقت صفر.

٦)

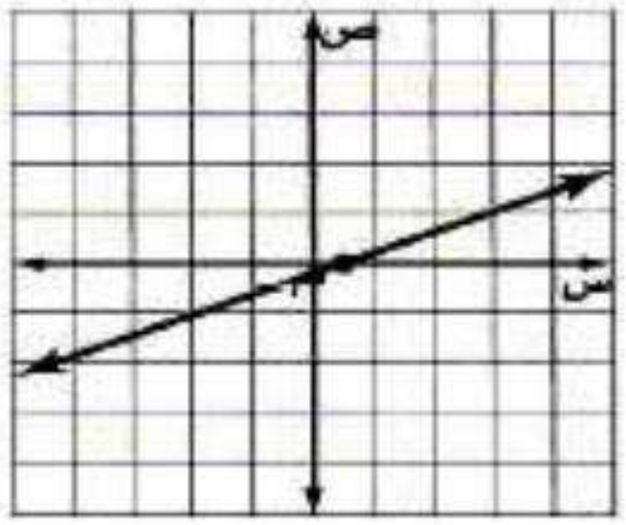
موقع غطاس	
الزمن بالثواني (س)	العمق بالأمتار (ص)
٠	٢٤−
٣	١٨−
٦	١٢−
٩	٦−
١٢	٠

المقطع السيني ١٢ يعني أن موقع الغطاس سيكون بعد ١٢ ثانية على عمق صفر متر أي على السطح.
والمقطع الصادي – ٢٤ يعني أن موقع الغطاس كان في البداية عند الوقت صفر على عمق – ٢٤ متر أو ٢٤ متر تحت سطح البحر.

مثال ٤

٧) مثّل المعادلة : ٢س – ٥ص = ١ بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

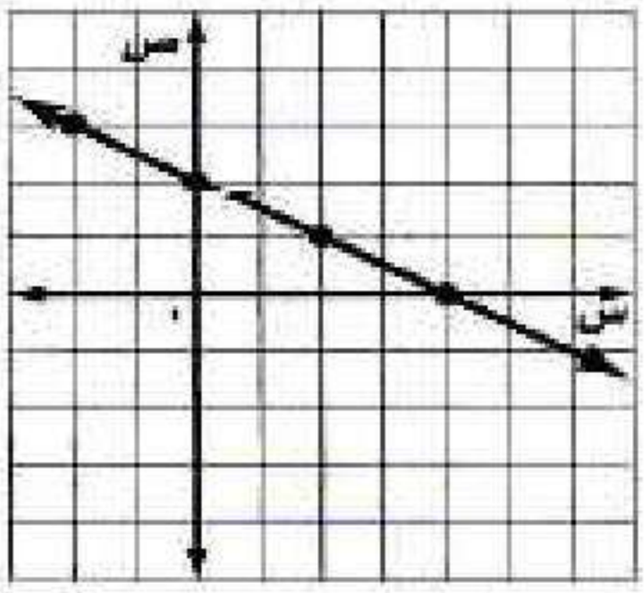
س	ص
٠	٠,٢ −
٠,٥	٠



مثال ٥

٨) مثّل المعادلة : س + ٢ص = ٤ بيانيًّا بإنشاء جدول.

س	ص
٤ −	٤
٢ −	٣
٠	٢
٢	١
٤	٠



تدرب وحل المسائل:

مثال ١ حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

٩) $٥س + ص^{٢} = ٢٥$

ليست خطية لأنه الحد ص مربع ولا يمكن كتابتها على الصورة القياسية.

١٠) $٨ + ص = ٤س$

نعم خطية، الصورة القياسية: $٤س - ص = ٨$

١١) $٩س ص - ٦س = ٧$

ليست خطية لأن الحدين س، ص مضروبين ولا يمكن كتابة المعادلة على الصورة القياسية.

١٢) $٤ص^{٢} + ٩ = -٤$

ليست خطية لأن الحد ص مربع ولا يمكن كتابتها على الصورة القياسية.

١٣) $١٢س = ٧ص - ١٠ص$

نعم خطية، الصورة القياسية: $٤س + ص = ٠$

$١٢س = -٣ص$

$١٢س + ٣ص = ٠$

$٤س + ص = ٠$

١٤) $ص = ٤س + س$

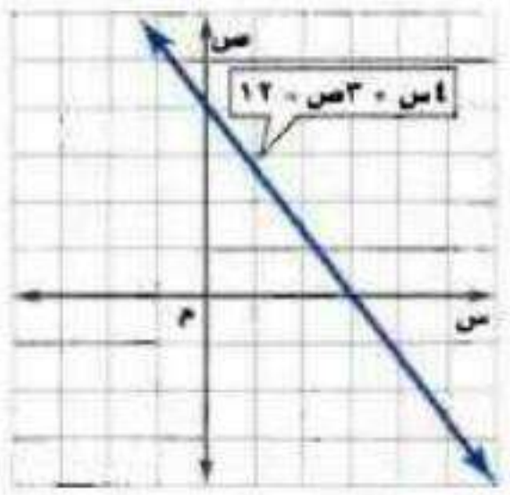
نعم خطية، الصورة القياسية: $٥س - ص = ٠$

$ص = ٥س$

$٥س - ص = ٠$

المثالان ٢ ، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:

١٥)



المقطع السيني = ٣
المقطع الصادي = ٤

١٦)

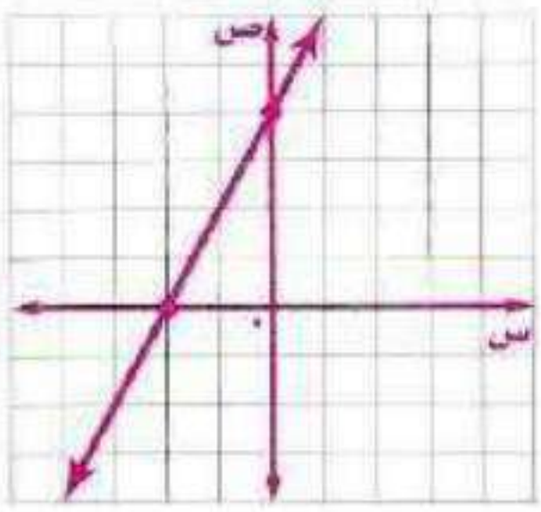
س	ص
٣−	١−
٢−	٠
١−	١
٠	٢
١	٣

المقطع السيني = ـ ٢
المقطع الصادي = ٢

مثال ٤ مثّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي:

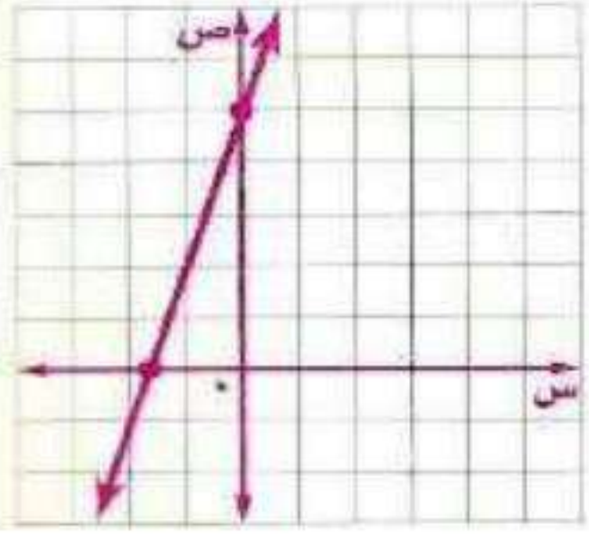
١٧) ص = ٤ + ٢س

س	ص
٠	٤
ـ ٢	٠



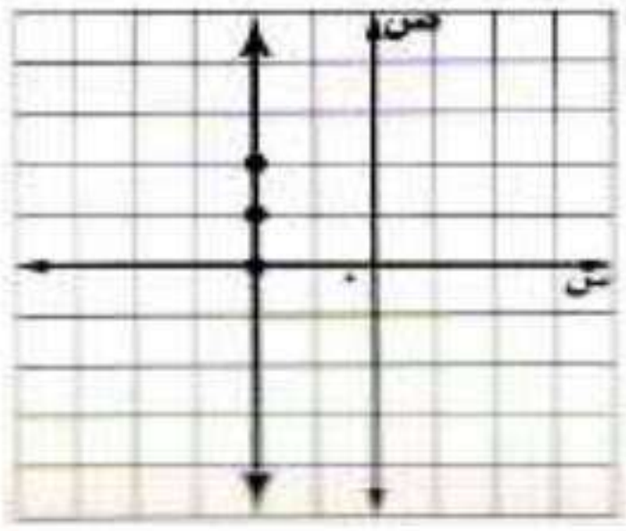
١٨) ٥ − ص = −٣س

س	ص
٠	٥
ـ ١,٦	٠



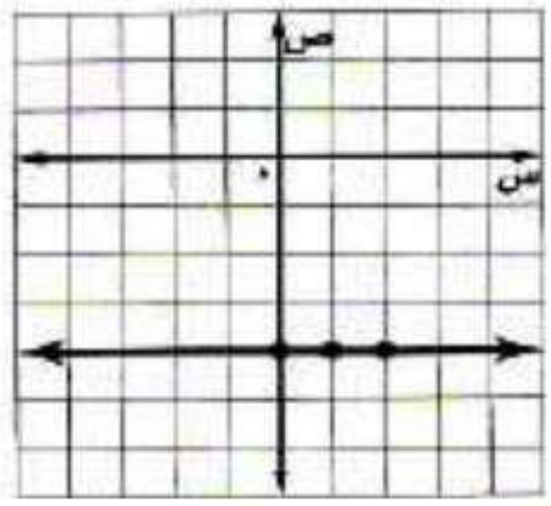
مثال ٥ مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا بإنشاء جدول:

١٩) س = −٢



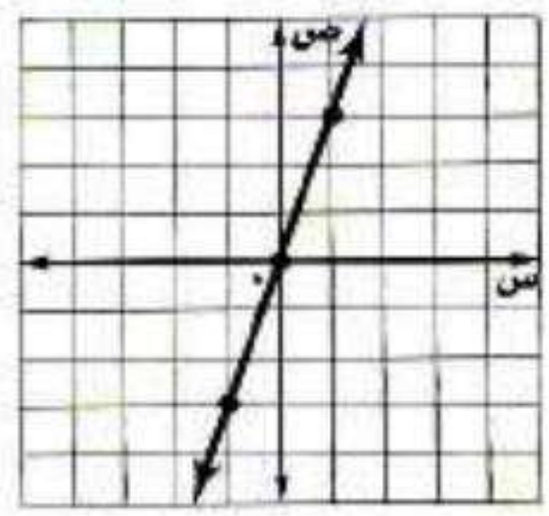
س	ص
−٢	٠
−٢	١
−٢	٢

٢٠) ص = −٤



س	ص
٠	−٤
١	−٤
٢	−٤

٢١) ٣س = ص



س	ص
٠	٠
١	٣
−١	−٣

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

٢٢) ٧ن − ٨م = ٤ − ٢م

نعم الدالة خطية، الصورة القياسية: ٦م − ٧ن = −٤

٧ن − ٨م + ٢م = ٤

٧ن − ٦م = ٤

٦م − ٧ن = −٤

٢٣) ٣أ + ب − ٢ = ب

نعم الدالة خطية، الصورة القياسية: ٣أ = ٢

٣أ + ب − ب = ٢

٣أ = ٢

٢٤) ٢س − ٣س ص + ٥ص = ١

لا ليست خطية.

٢٥) $\frac{م^3}{4} = \frac{ن^2}{3} - ٥$

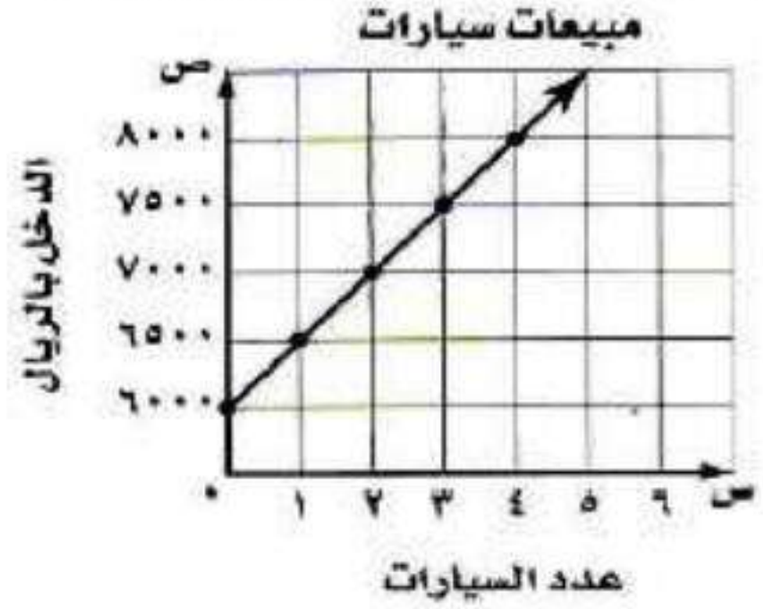
نعم دالة خطية، الصورة القياسية: ٩م − ٨ن = − ٦٠

$\frac{م3}{4} \times ١٢ = \frac{ن2}{3} \times ١٢ - ٥ \times ١٢$

٩م − ٨ن = − ٦٠

٢٦) **مبيعات:** راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتقاضى عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

أ) اكتب المعادلة التي تمثّل دخل أيمن الشهري إذا باع س سيارة، ثم مَثِّلها بيانيًّا.



ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ريال.

ص = ٦٠٠٠ + ٥٠٠(٣٠)

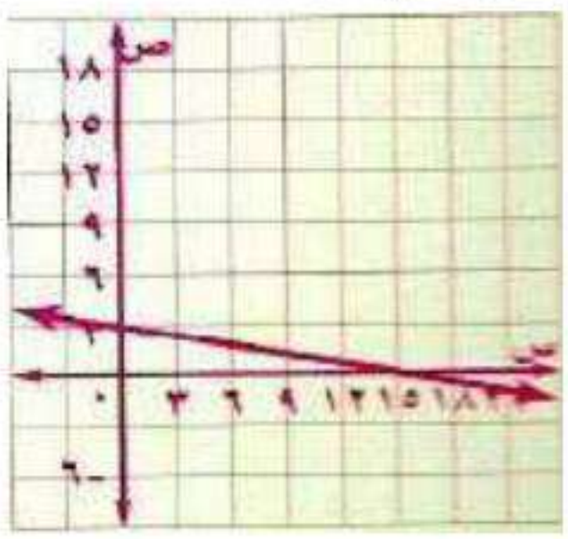
ص = ٢١٠٠٠ ريال

عدد السيارات = ٣٠ سيارة

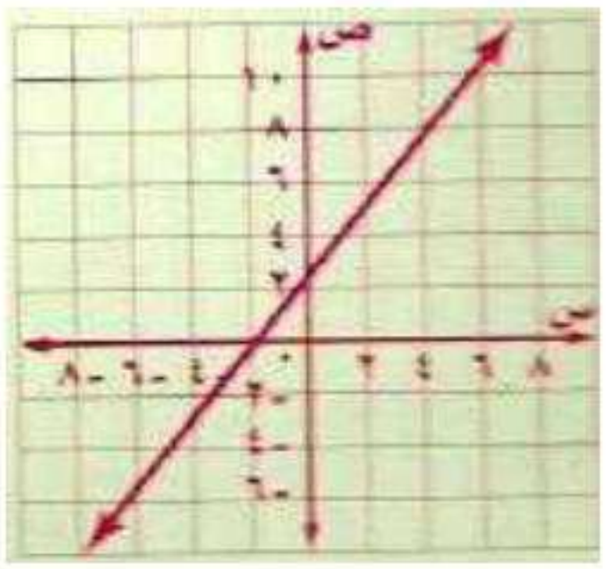
مثّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا:

٢٧) ص + $\frac{١}{٥}$ س = ٣

س	ص
٠	٣
١٥	٠



٢٨) ٣ص − ٧ = ٤س + ١



س	ص
٠	٢,٦
$-\frac{٢}{٢}$	٠

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل من المعادلتين الآتيتين:

٢٩) ٥س + ٣ص = ١٥

المقطع السيني = ٣، المقطع الصادي = ٥

٣٠) ص = $\frac{٢}{٣}$س + ١

المقطع السيني = $-\frac{1}{2}$ ١، المقطع الصادي = ١

مسائل مهارات التفكير العليا:

٣١) **تحدَّ:** انسخ كل جدول مما يأتي وأكمله، ثم حدِّد أيّ الجداول استُعملت فيه معادلة خطيّة:

محيط المربع	
طول الضلع	المحيط
١	
٢	
٣	

طول الضلع	المحيط
١	٤
٢	٨
٣	١٢

نعم؛ استعملنا المعادلة ٤س وهي معادلة خطية.

مساحة المربع	
طول الضلع	المساحة
١	
٢	
٣	

طول الضلع	المساحة
١	١
٢	٤
٣	٩

لا؛ استعملنا المعادلة م = س^{٢} وهي ليست معادلة خطية.

حجم المكعب	
طول الضلع	الحجم
١	
٢	
٣	

طول الضلع	المحيط
١	١
٢	٨
٣	٢٧

لا؛ استعملنا المعادلة ح = س^{٣} وهي ليست معادلة خطية.

٣٢) **تبرير** بيّن نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة ص = ٢س+١ التي مجالها {١، ٢، ٣، ٤} والمعادلة ص = ٢س+١ التي مجالها جميع الأعداد الحقيقية.

التمثيل البياني للمعادلة الأولى هو مجموعة من النقاط غير المتصلة، بينما للمعادلة الثانية فهو خط مستقيم. ومجموعة نقاط التمثيل البياني للمعادلة الأولى واقعة على المستقيم الذي يمثل التمثيل البياني للمعادلة الثانية.

مسألة مفتوحة أعط مثالًا لمعادلة خطية على الصورة أس+ ب ص = جـ لكل حالة مما يأتي:

٣٣) أ = ٠ ص = ٨

٣٤) ب = ٠ س = ٥

٣٥) جـ = ٠ س – ص = ٠

٣٦) **اكتب** اشرح كيف تجد المقطعين السيني والصادي من معادلة خطية، ولخّص طريقة تمثيل معادلة خطية بيانيًّا.

لإيجاد المقطع السيني، افرض أن ص = ٠ وحل المعادلة لإيجاد قيمة س، ولإيجاد المقطع الصادي، افرض س = ٠ وحل المعادلة لإيجاد قيمة ص.
ولتمثيل معظم المعادلات الخطية، عين المقطع السيني والمقطع الصادي وصل بين النقطتين لتشكل مستقيم. وهناك طرق آخري لتمثيل المعادلة
باختيار عدة قيم في المجال ثم تكوين أزواج مرتبة وتعيين النقاط الممثلة لهذه الأزواج، ثم الوصل بين هذه النقاط لتكوين المستقيم.

تدريب على اختبار

٣٧) يقطع مهند ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومترًا بهذا المعدّل تقريبًا؟

أ) ٨ ساعات. جـ) ٦ ساعات و٣٢ دقيقة.

ب) ساعتان. د) ساعة واحدة و ٥٣ دقيقة.

٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علمًا بأن نسبة الزكاة هي ٢,٥ ٪ ؟

أ) ٢٥ ريالًا. جـ) ٥٠ ريالًا.

ب) ٥٠٠ ريال. د) ٥٠٠٠ ريال.

مراجعة تراكمية

٣٩) إذا كان: د(س) = −٣س^{٢} + ٨س − ١ فأوجد د(−١). (الدرس ٢-٢)

د(− ١) = − ٣(− ١)^{٢} + ٨(− ١) − ١

د(− ١) = − ٣ − ٨ − ١

= − ١٢

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٥)

٤٠) |س+٥| = −٨

لا يوجد مسافات بالسالب

مجموعة الحل ∅

٤١) |٨ − ٥س| = ١٢

٨ − ٥س = ١٢

٨ − ٨ − ٥س = ١٢ − ٨

− ٥س = − ٤

$س = -\frac{4}{5}$

٨ − ٥س = − ١٢

٨ − ٨ − ٥س = − ١٢ − ٨

− ٥س = − ٢٠

س = ٤

مجموعة الحل: $\{٤، -\frac{4}{5}\}$

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٣)

٤٢) ١٥ = ٤أ − ٥

١٥ + ٥ = ٤أ − ٥ + ٥

٢٠ = ٤أ

أ = ٥

التحقق: ٤ × ٥ − ٥ = ١٥

٤٣) $\frac{ص}{٥}$ + ٩ = ٦

٤٥ + ص = ٣٠

ص = − ١٥

التحقق: ٩ − $\frac{15}{5}$ = ٦

استعد للدرس اللاحق

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل:

٤٢) ١٥ = ٤أ – ٥

$١٥ = ٤أ - ٥$

$١٥ + ٥ = ٤أ - ٥ + ٥$

$٢٠ = ٤أ$

$\frac{٤أ}{٤} = \frac{٢٠}{٤}$

$أ = ٥$

التحقق:

$١٥ = ٤(٥) - ٥$

$١٥ = ٢٠ - ٥ = ١٥$ C

٤٣) $٦ = \frac{ص}{٥} + ٩$

$6 = \frac{ص}{5} + 9$

$9 - 6 = \frac{ص}{5} + 9 - 9$

$3- = \frac{ص}{5}$

$5 \times 3- = 5 \times \frac{ص}{5}$

$ص = 15-$

التحقق:

$6 = \frac{15-}{5} + 9$

$6 = (3-) + 9$ C

إذا كانت س = ٢، ص = ٥، ع = ٧ ، فأوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

٤٤) ٣س^{٢} − ٤ص

$$3(2)-4(5)^{2}$$

$$12-20=-8$$

٤٥) $\frac{\text{س} - \text{ص}^{٢}}{\text{ع}^{٢}}$

$$\frac{2-(5)^{2}}{2(7)}$$

$$\frac{2-25}{14}$$

$$\frac{23}{14}$$

٤٦) $\frac{\text{س ص}}{٢} + \left(\frac{\text{ص}}{\text{ع}}\right)^{٢}$

$$\frac{5\times 2}{2}+\left(\frac{5}{7}\right)^{2}$$

$$5+\frac{25}{49}$$

$$\frac{245}{49}+\frac{25}{49}$$

$$5\frac{25}{49}=\frac{270}{49}$$

٤٧) ع^{٢} − ص^{٣} + ٥س^{٢}

$$(7)^{-2} + (5)^{3} + (2)5^{2}$$

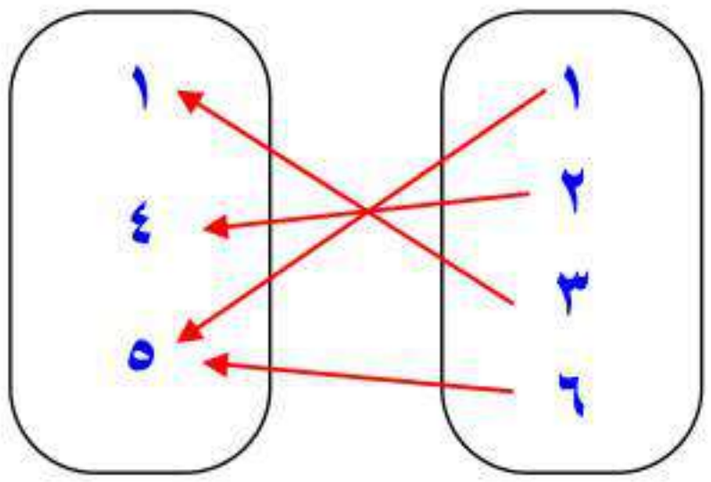
٤٩ − ١٢٥ + ٢٠

− ٥٦

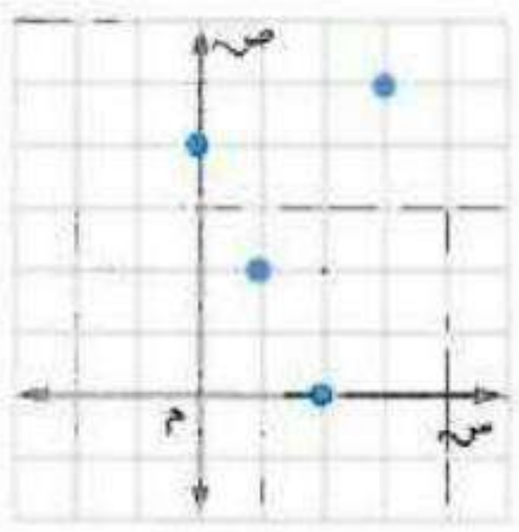
الفصل ٢ اختبار منتصف الفصل

الدروس ٢-١ إلى ٢-٣

١) مثل العلاقة {(٣، ١)، (٢، ٤)، (١، ٥)، (٦، ٥)} بمخطط سهمي. (الدرس ٢-١)



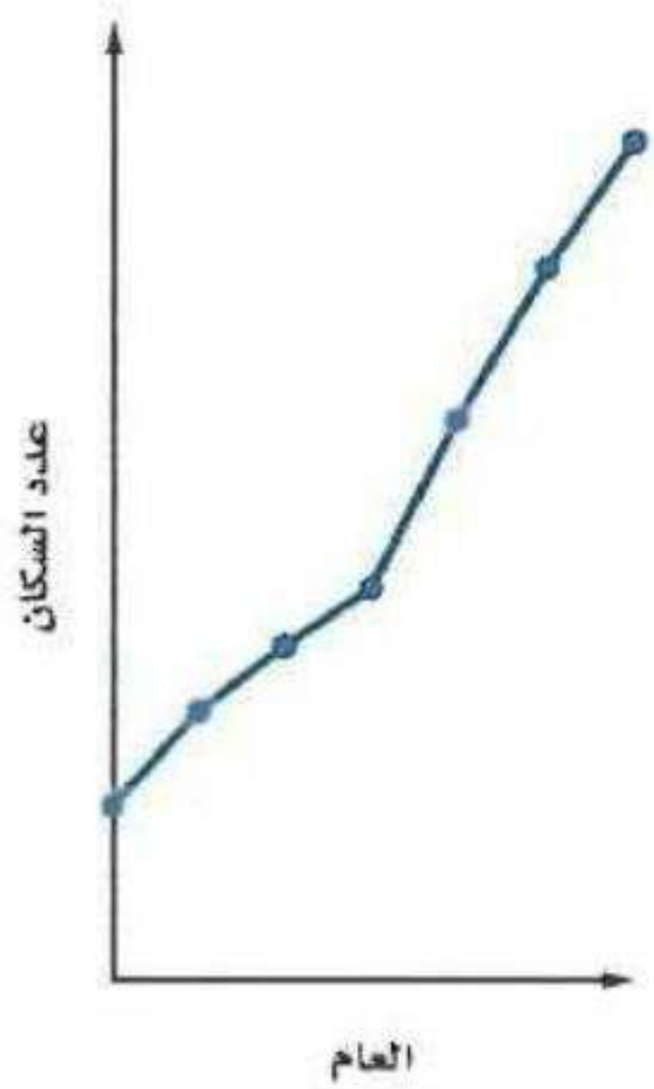
٢) حدّد كلًّا من مجال العلاقة التالية ومداها.



المجال: {٠، ١، ٢، ٣}

المدى: {٤، ٢، ٠، ٥}

٣) **اختيار من متعدد:** التمثيل البياني أدناه يوضح عدد السكان خلال عدة أعوام في مدينة.



صف التمثيل البياني. (الدرس ٢-١)

أ) عدد السكان يزداد خلال جميع الأعوام الممثلة.

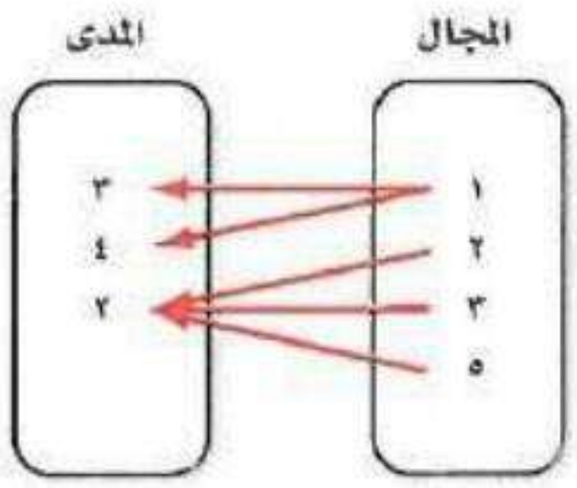
ب) عدد السكان يتناقص خلال جميع الأعوام الممثلة.

جـ) عدد السكان ثابت خلال جميع الأعوام.

د) عدد السكان يتناقص في بعض الأعوام ويتزايد في أعوام أخرى.

٤) هل تمثل العلاقة التالية دالة أم لا؟ فسّر ذلك.

(الدرس ٢-١)



ليست دالة لأن القيمة ١ في المجال ترتبط بالقيمتين ٣، ٤.

٥) إذا كان هـ (س) = ٣س^{٢} + ٥س − ١، فأوجد

هـ (−١) + هـ (٢) (الدرس ٢-٢)

$$\text{هـ}(-١) = 3(-1)^{2} + 5(-1) - 1$$

$$= ٣ - ٥ - ١$$

$$= -٣$$

$$\text{هـ}(٢) = 3(2)^{2} + 5(2) - 1$$

$$= ١٢ + ١٠ - ١$$

$$= ٢١$$

$$\text{هـ}(-١) + \text{هـ}(٢) = -٣ + ٢١$$

$$= ١٨$$

حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية. (الدرس ٢-٣)

٦) ص = −٤س + ٣

نعم خطية

ص + ٤س = ٣

٧) $س^{٢} + ٣ص = ٨$

ليست خطية لأنه الحد س مربع ولا يمكن كتابتها على الصورة القياسية.

٨) $\frac{١}{٤}س = \frac{٣}{٤}ص - ١$

نعم خطية

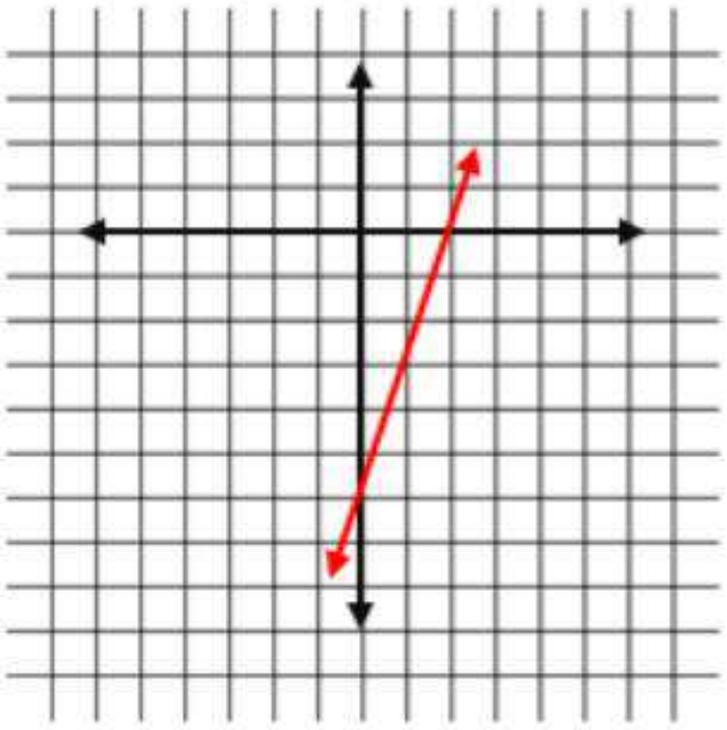
$\frac{1}{4}س - \frac{3}{4}ص = -1$

س − ٣ص = − ٤

مثِّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي: (الدرس ٢-٣)

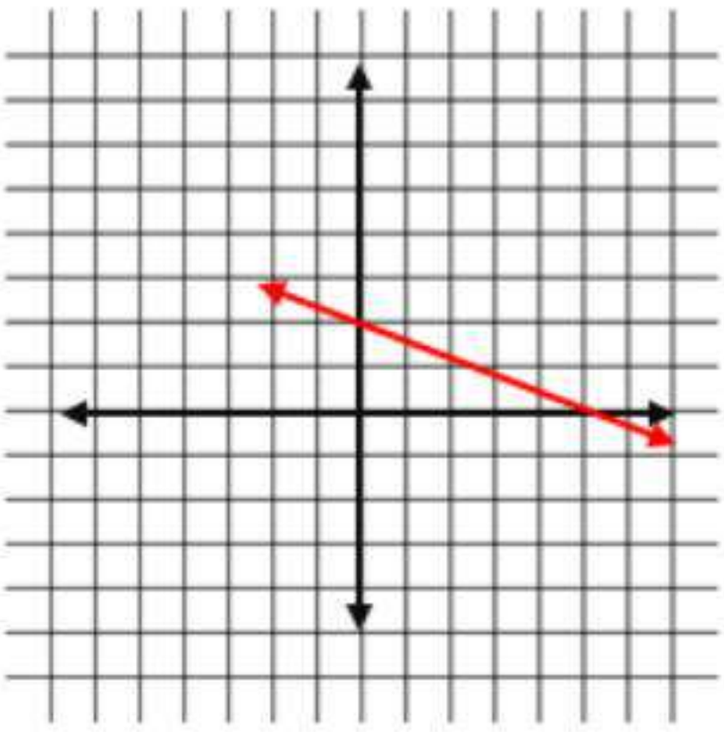
٩) ص = ٣س – ٦

٣ س – ص = ٦
لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠
٣س – ٠ = ٦
٣ س = ٦
س = ٢
المقطع السيني ٢؛ أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٢، ٠)
لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠
٣ س – ص = ٦
٠ – ص = ٦
ص = – ٦
المقطع الصادي – ٦؛ أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، – ٦)



١٠) ٢س + ٥ص = ١٠

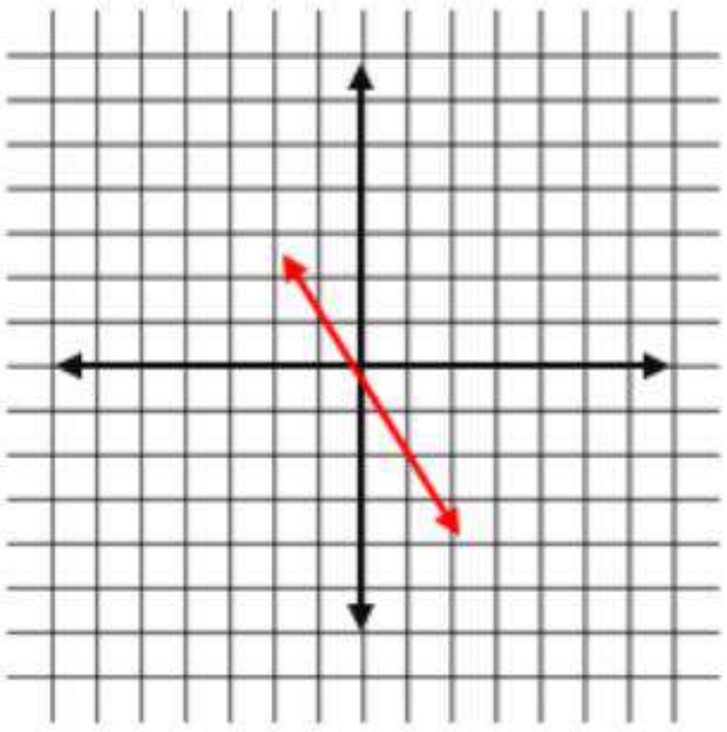
٢ س + ٥ص = ١٠
لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠
٢س – ٠ = ١٠
٢ س = ١٠
س = ٥
المقطع السيني ٥؛ أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٥، ٠)
لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠
٢س + ٥ص = ١٠
٠ + ٥ص = ١٠
ص = ٢
المقطع الصادي ٢؛ أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ٢)



مثل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا بإنشاء جدول:

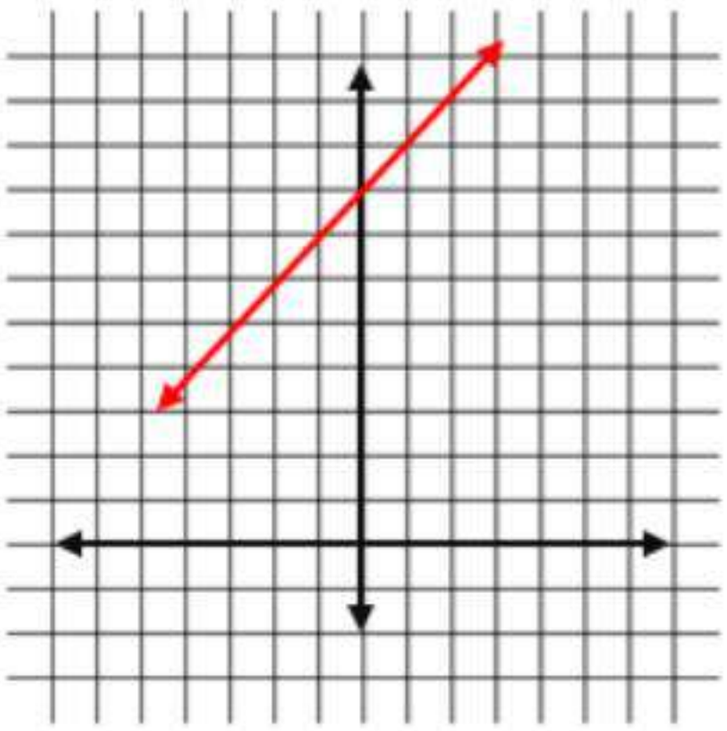
١١) ص = −٢س

س	ص
٠	٠
١	٢−
١−	٢



١٢) س = ٨ − ص

س	ص
٠	٨
١	٩
١−	٧



٢-٤ حل المعادلات الخطية بيانيا

تحقق

أ) $\frac{٢}{٥}$س + ٦ = ٠

جبرياً:

$\frac{2}{5}$س + ٦ × ٥ = ٠ × ٥ اضرب كل طرف في ٥

٢س + ٣٠ − ٣٠ = ٠ − ٣٠ اطرح ٣٠ من الطرفين

٢س = − ٣٠

س = − ١٥

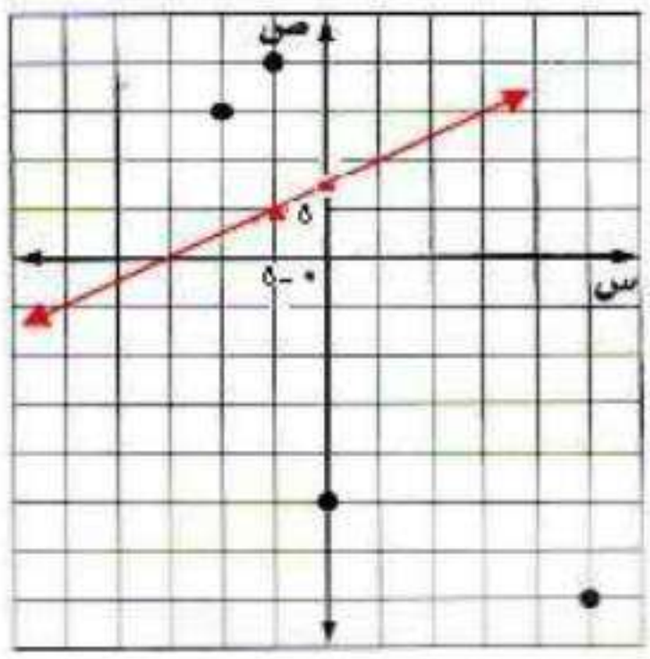
بيانياً: أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفر.

$\frac{2}{5}$س + ٦ = ٠

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = $\frac{2}{5}$س + ٦

س	د(س)
٠	٦
− ٥	٤

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند − ١٥، لذا فإن الحل هو س = − ١٥.



ب١) ١,٢٥-س+٣=٠

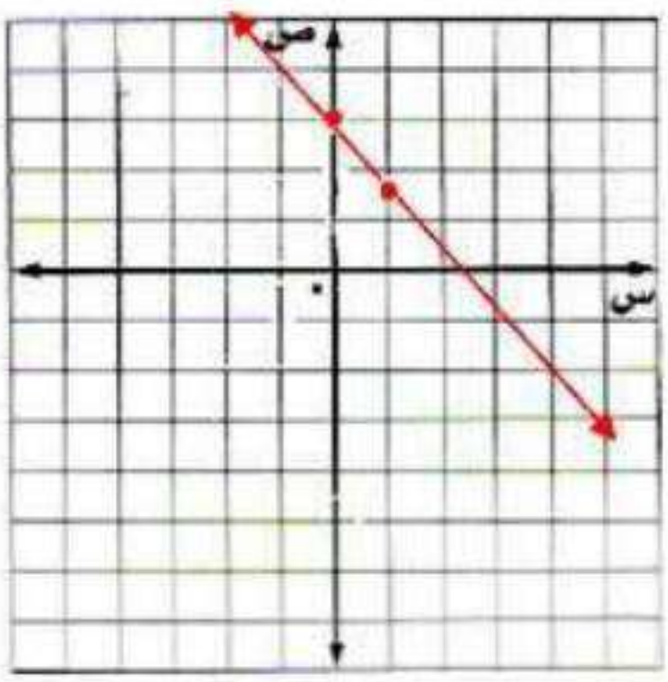
جبرياً:

$$-١,٢٥(-١٠٠)س + ٣(-١٠٠) = ٠$$
$$١٢٥س - ٣٠٠ = ٠$$
$$١٢٥س = ٣٠٠$$
$$س = ٢,٤$$

بيانياً: الدالة المرتبطة هي د(س) = $-١,٢٥س + ٣$

س	د(س)
٠	٣
١	١,٧٥

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ـ ١٥، لذا فإن الحل هو س = ٢,٤.



أ٢) ٤س + ٣ = ٤س - ٥

جبرياً:

$$٤س + ٣ + ٥ = ٤س - ٥ + ٥$$
$$٤س - ٤س + ٨ = ٤س - ٤س$$
$$٨ = ٠$$

الدالة المرتبطة هي د(س) = ٨ وبما أن جذر المعادلة الخطية هي قيمة س عندما يكون د(س) = ٠ وحيث د(س) = ٨ دائماً، فليس للمعادلة حل.

بما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، إذا المعادلة ليس لها حل.

بيانياً:

٢ب) ٢ - ٣س = ٦ - ٣س

جبرياً:

٢ _ ٦ _ ٣س = ٦ _ ٦ _ ٣س

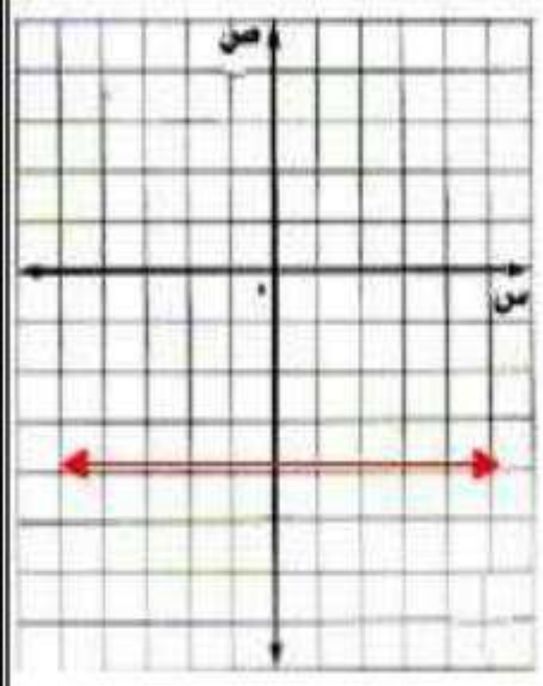
_ ٤ _ ٣س + ٣س = _ ٣س + ٣س

_ ٤ = ٠

الدالة المرتبطة هي د(س) = _ ٤ وبما أن جذر المعادلة الخطية هي قيمة س عندما يكون د(س) = ٠ وحيث د(س) = _ ٤ دائماً، فليس للمعادلة حل.

بما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، إذا المعادلة ليس لها حل.

بيانياً:



تحقق

٣) مقصف مدرسة : اشترى مقصف مدرسة علبة حلوى بمبلغ (٤٥) ريالًا. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة ص = ١,٥ س - ٤٥ تمثل الربح الذي يحققه عند بيع س قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، وصِف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

ص = ١,٥س _ ٤٥

١,٥س _ ٤٥ = ٠

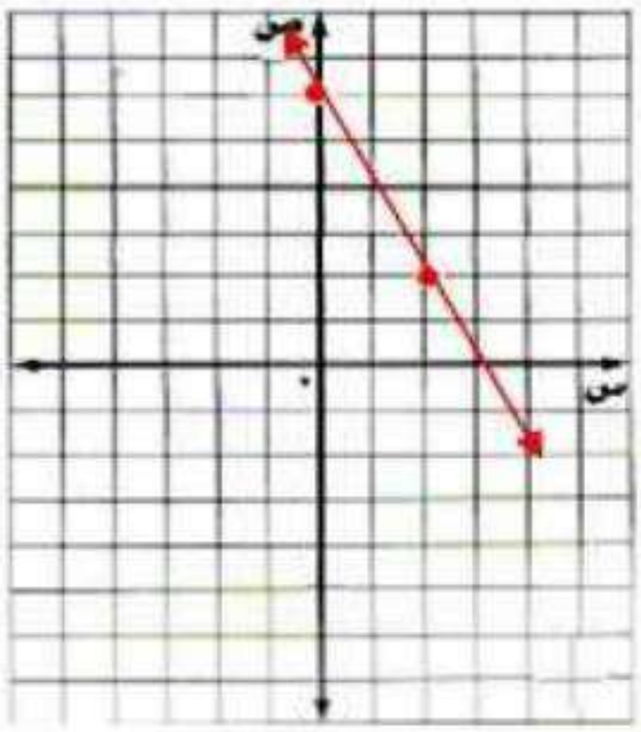
١,٥س = ٤٥

س = ٣٠

صفر الدالة هو ٣٠، وهذا يعني أنه يجب أن يبيع المقصف ٣٠ قطعة حلوى قبل أن يحقق ربحاً.

المثالان ١ ، ٢ حل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا:

١) $-٢س + ٦ = ٠$

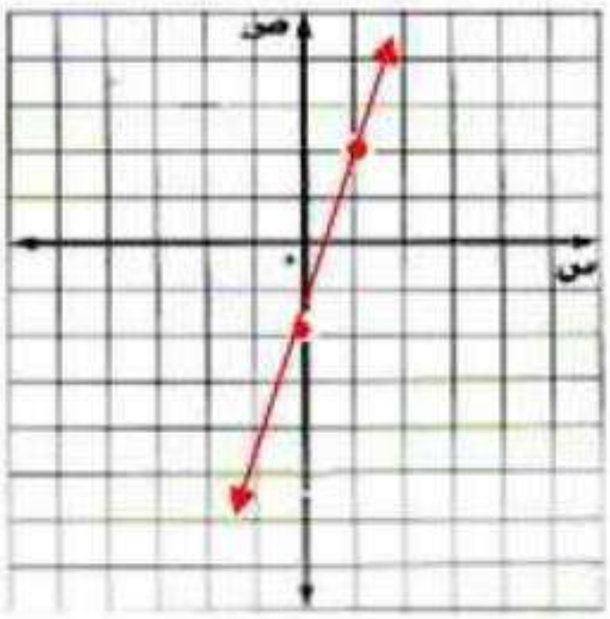


الدالة المرتبطة د(س) = $-$ ٢س + ٦

س	د(س)
٠	٦
٢	٢

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٣، لذا فإن الحل هو س = ٣.

٢) $٤س - ٢ = ٠$



د(س) = ٤س $-$ ٢

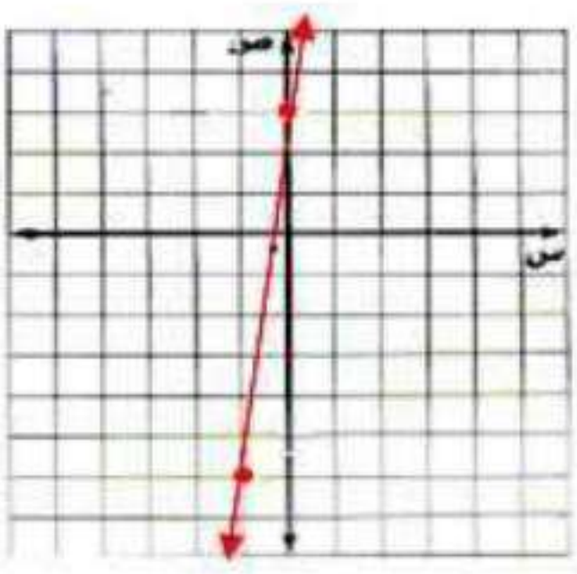
س	د(س)
٠	$-$ ٢
١	٢

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $\frac{1}{2}$، لذا فإن الحل هو س = $\frac{1}{2}$.

٣) ٩س + ٣ = ٠

د(س) = ٩س + ٣

س	ص
٠	٣
ـ ١	ـ ٦



٩س + ٣ = ٠

٩س = ـ ٣ ⇐ س = $-\frac{1}{3}$

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $-\frac{1}{3}$ تقريباً، لذا فإن الحل هو س = $-\frac{1}{3}$.

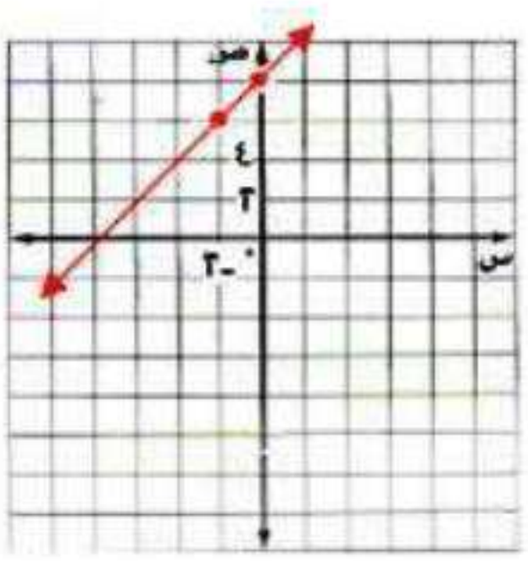
٤) ٠ = ـ س ـ ٨

٠ + س + ٨ = ـ س ـ ٨ + س + ٨

س + ٨ = ٠

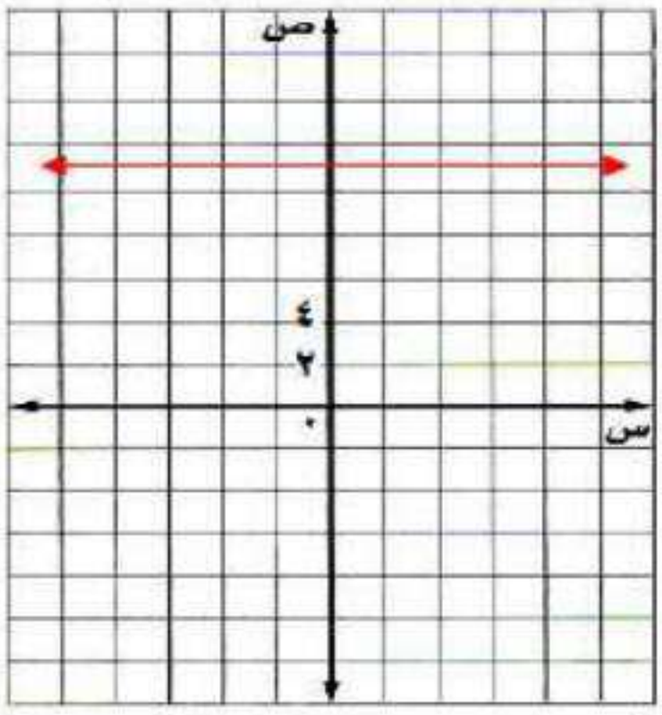
د(س) = س + ٨

س	ص
٠	٨
ـ ٢	٦



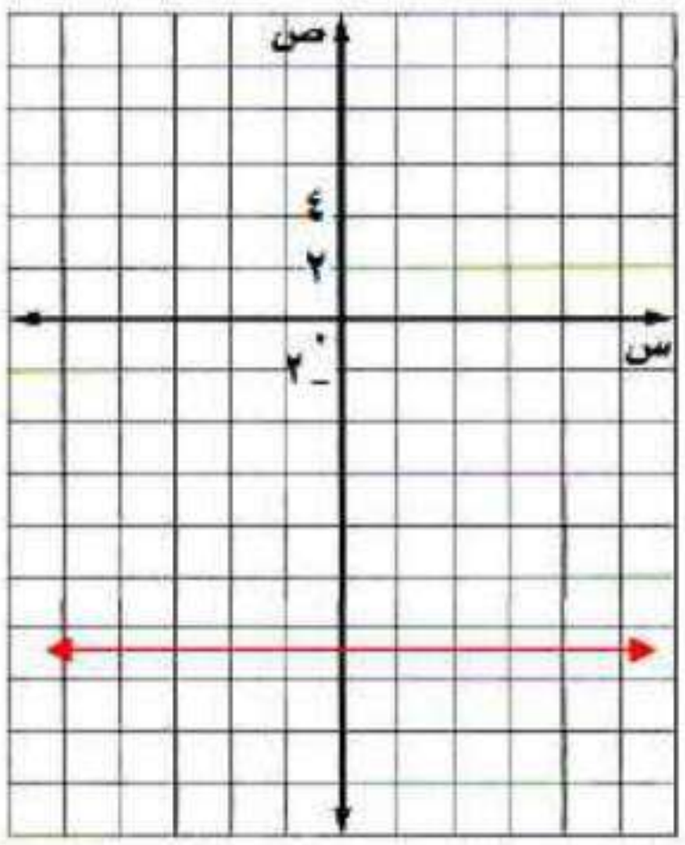
الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ـ ٨ تقريباً، لذا فإن الحل هو س = ـ ـ ٨.

٥) ٤س + ١١ = ٤س – ٢٤



٤س + ١١ + ٢٤ = ٤س – ٢٤ + ٢٤
٤س + ١١ – ٤س = ٤س – ٤س
١١ = ٠
د(س) = ١١ ← لا يوجد حل

٦) ٢س – ٥ = ٢س + ٨



٢س – ٥ – ٨ = ٢س + ٨ – ٨
٢س – ١٣ – ٢س = ٢س – ٢س
– ١٣ = ٠
د(س) = – ١٣ ← لا يوجد حل

٧) خضار، تمثل الدالة و = ٦٠ – ٢ن كتلة الجزر المتبقي بالكيلو جرام في محل أحمد بعد بيعه (ن) كيسًا. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

و = ٦٠ – ٢ن
٠=٦٠ – ٢ن
٢ن = ٦٠
ن = ٣٠
أي يجب أن يبيع أحمد ٣٠ كيساً ليكون وزن الجزر في محله صفراً.

تدرب وحل المسائل:

المثالان ١، ٢ حل كل معادلة فيما يأتي:

٨) ٠ = س + ٣

س = ـ ٣

٩) ٥ ـ ٨س = ١٦ ـ ٨س

٥ ـ ٨س ـ ١٦ = ١٦ ـ ١٦ ـ ٨س

ـ ١١ ـ ٨س + ٨س = ـ ٨س + ٨س

ـ ١١ = ٠

ليس لها حل.

١٠) ٣س ـ ١٠ = ٢١ + ٣س

٣س ـ ١٠ ـ ٢١ = ٢١ ـ ٢١ + ٣س

٣س ـ ٣س ـ ٣١ = ٣س ـ ٣س

ـ ٣١ = ٠

ليس لها حل.

١١) ٤س ـ ٣٦ = ٠

٤س = ٣٦

س = ٩

١٢) ٠ = ٧س + ١٠

٧س = ـ ١٠

$س = - - \frac{10}{7} = - 1\frac{3}{7}$

١٣) ـ٧س + ٣٥ = ٢٠ ـ ٧س

ـ ٧س + ٣٥ ـ ٢٠ = ٢٠ ـ ٢٠ ـ ٧س

ـ ٧س + ٧س + ١٥ = ـ ٧س + ٧س

١٥ = ٠

لا يوجد لها حل.

مثال ٣

١٤) أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ (٧٥) ريالًا، والمعادلة م = −٣ د + ٧٥ تمثل المبلغ (م) بالريال المتبقي معه بعد شراء (د) قلمًا . أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

م = −٣د + ٧٥

٠ = −٣د + ٧٥

٣د = ٧٥

د = ٢٥

أي يمكنه شراء ٢٥ قلماً كحد أقصى بمبلغ ٧٥ ريال.

حل كل معادلة فيما يأتي:

١٥) ١٥ + ٦س = ٠

١٥ − ١٥ + ٦س = −١٥

٦س = −١٥

$س = -\frac{15}{6} = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$

١٦) ٠ = ١٣س + ٣٤

−٣٤ + ٠ = ١٣س + ٣٤ − ٣٤

١٣س = −٣٤

$س = -\frac{34}{13} = -2\frac{8}{13}$

١٧) ٠ = ٢٢س − ١٠

٠ + ١٠ = ٢٢س − ١٠ + ١٠

١٠ = ٢٢س

$س = \frac{5}{11}$

١٨) $\frac{٢}{٥}س - \frac{٣}{٤} = ٠$

$س\left(\frac{2}{5}\right)20 - \left(\frac{3}{4}\right)20 = ٠$

٠ = ١٥ − ٨س

٨س = ١٥ − ٨س + ٨س

٨س = ١٥

$س = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

١٩) **قالب ثلجي:** كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجه من حافظة الثلج −١٠° س. وتمثل المعادلة: ت = ١,٢٥ هـ −١٠ درجة حرارة الثلج بعد هـ ساعة من إخراجه. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجه عند الساعة ٨:٠٠ صباحًا ؟

ث = ١,٢٥هـ − ١٠

٠ = ١,٢٥هـ − ١٠

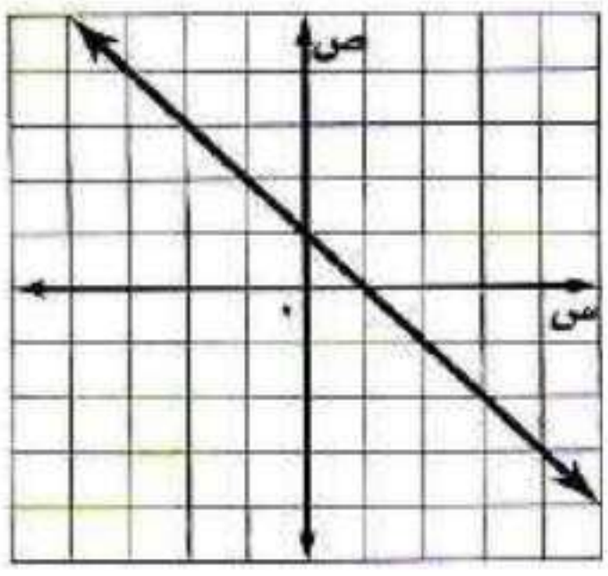
١,٢٥هـ = ١٠

هـ = ٨

الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان ٤:٠٠ مساءً.

حل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا، وتحقق من إجابتك جبريًّا:

٢٠) ٧ − ٣س = ٨ − ٤س



٧ − ٣س + ٤س = ٨ − ٤س + ٤س

٧ + س = ٨

٧ − ٨ + س = ٨ − ٨

س − ١ = ٠

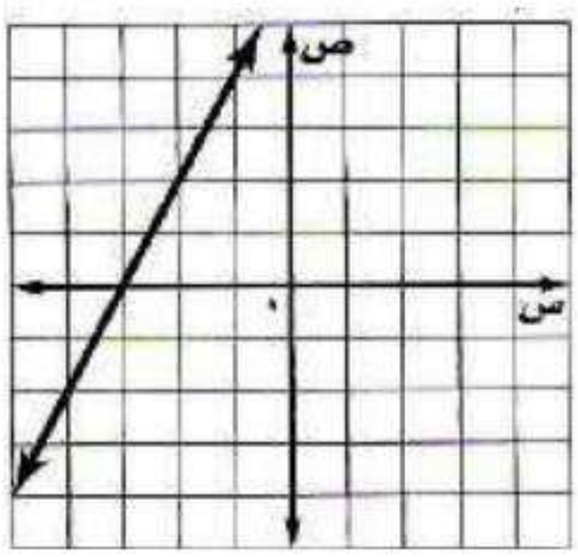
د(س) = س − ١

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ١، لذا فإن الحل هو س = ١.

التحقق: ٧ − ٣ × ١ = ٨ − ٤ × ١

٤ = ٤ Y

٢١) ١٩ + ٣س = ١٣ + س



١٩ + ٣س − س = ١٣ + س − س

١٩ + ٢س = ١٣

١٩ − ١٩ + ٢س = ١٣ − ١٩

٢س = − ٦

س = − ٣

س + ٣ = − ٣ + ٣

س + ٣ = ٠

د(س) = س + ٣

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند − ٣، لذا فإن الحل هو س = − ٣.

التحقق: ١٩ + ٣(− ٣) = ١٣ − ٣

١٠ = ١٠ Y

٢٢) ١٥س – ٣٠ = ٥س – ٥٠

١٥س – ٥س – ٣٠ = ٥س – ٥س – ٥٠

١٠س – ٣٠ + ٥٠ = – ٥٠ + ٥٠

١٠س + ٢٠ = ٠

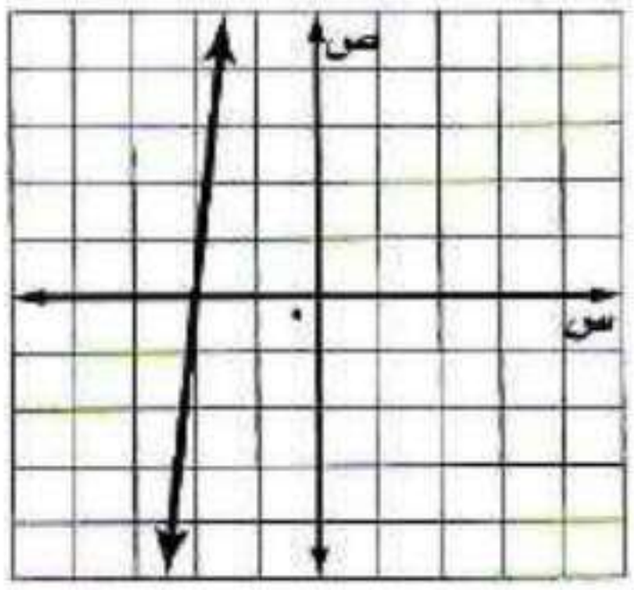
س + ٢ = ٠

د(س) = س + ٢

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند – ٢، لذا فإن الحل هو س = – ٢.

التحقق: ١٥ × (– ٢) – ٣٠ = ٥(– ٢) – ٥٠

– ٦٠ = – ٦٠ Y



٢٣) $\frac{١}{٢}$س – ٥ = ٣س – ١٠

س – ١٠ = ٦س – ٢٠

س – ٦س – ١٠ = ٦س – ٦س – ٢٠

– ٥س – ١٠ + ٢٠ = – ٢٠ + ٢٠

– ٥س + ١٠ = ٠

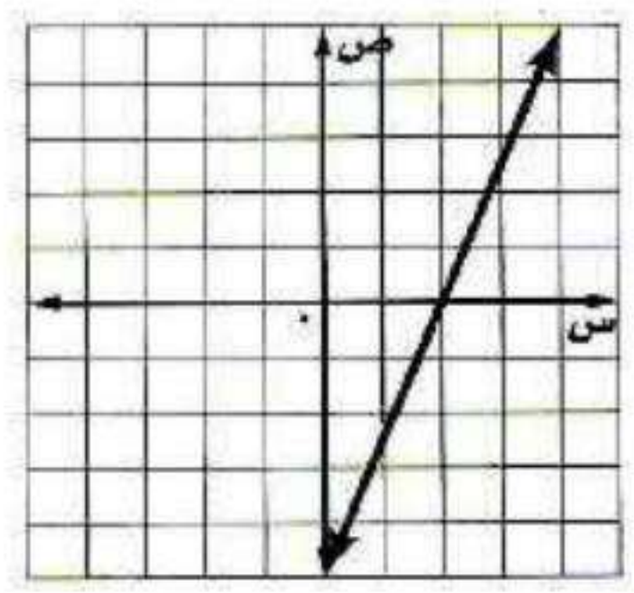
س – ٢ = ٠

د(س) = س – ٢

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٢، لذا فإن الحل هو س = ٢.

التحقق: $\frac{1}{2}$ × ٢ – ٥ = ٣ × ٢ – ١٠

– ٤ = – ٤ Y



٢٤) منتجات الشعر: تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعانًا. وتُمَثل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة : ص = – ١٢,٥ س + ١٠٠ ؛ حيث س الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، ص النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

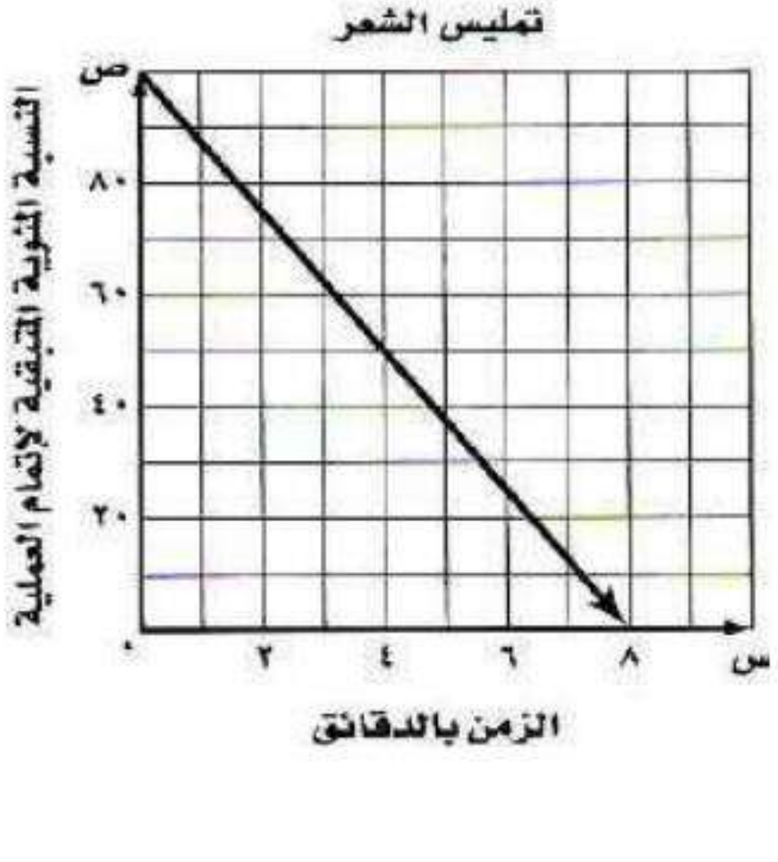
أ) أوجد صفر الدالة.

٠ = ١٢,٥س + ١٠٠

١٢,٥س = – ١٠٠

س = ٨

ب) مثّل الدالة بيانيًا.



جـ) بيِّن ما يعنيه الصفر في هذه الحالة.

يجب أن يبقي المحلول على الشعر ٨ دقائق ليكون فعالاً تماماً

د) اذكر كلًّا من مجال الدالة ومداها.

المجال: ٠ ≤ س ≤ ٨

المدى: ٠ ≤ ص ≤ ١٠٠

مسائل مهارات التفكير العليا:

٢٥) **تبرير:** وضح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

من الأفضل استعمال الطريقة الجبرية إذا كان المطلوب هو الإجابة الدقيقة.

٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها $-\frac{٣}{٤}$. واكتب الدالة المرتبطة بها.

٣ + ٤س = ٠

ص = ٣ + ٤س أو د(س) = ٣ + ٤س

٢٧) **اكتب:** لخّص كيف تحل معادلة خطية جبريًّا وبيانيًّا.

لحل معادلة خطية جبرياً نحل المعادلة بالنسبة إلى س، أما لحلها بيانيا فنجد الدالة المرتبطة بجعل المعادلة مساوية للصفر، ويتم عمل جدول بقيم مختلفة للإحداثي س، ثم نوجد القيم المقابلة لها للإحداثي ص، وبعدها نعين على التمثيل البياني أين يقطع الخط محور السينات لتكون نقطة القطع هي الحل، وإذا لم يقطعه فلا يوجد حل.

تدريب على اختبار

٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟

س	ص
٠	٥
١	٣
٢	١
٣	١-
٤	٣-

أ) بين ٠، ١ ج) بين ١، ٢

ب) بين ٢، ٣ د) بين ٣، ٤

٢٩) يبين الجدول أدناه التكلفة جـ لاستئجار زورق مدة هـ ساعة.

الساعات (هـ)	١	٢	٣
التكلفة بالريال (جـ)	٢٥	٥٠	٧٥

أي المعادلات الآتية تمثل بيانات الجدول؟

أ) جـ = ٢٥ هـ ج) جـ = هـ + ٢٥

ب) جـ = ٧٥ - ٢٥ هـ د) جـ = ٢٥هـ + ٧٥

٢٨) الإجابة: ب) بين ٢، ٣

٢٩) الإجابة: أ) جـ = ٢٥هـ

مراجعة تراكمية

أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل دالة خطية فيما يأتي: (الدرس ٣-٢)

٣٠) ص = ٢س + ١٠

المقطع السيني = ـ ٥

المقطع الصادي = ١٠

٣١) ٣ص = ٦س - ٩

المقطع السيني = $\frac{3}{2}$

المقطع الصادي = ـ ٣

٣٢) حل المعادلة: | س-١ | = ٧. (الدرس ١-٥)

س ـ ١ = ٧

س = ٨

س ـ ١ = ـ ٧

س = ـ ٦

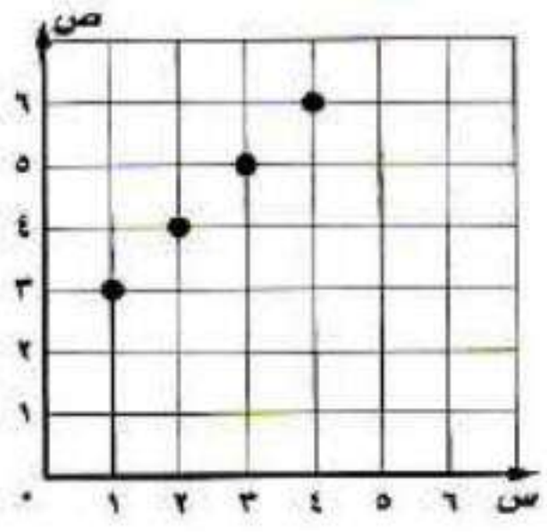
مجموعة الحل: {٨، ـ٦}

٣٣) مثّل العلاقة: {(١، ٣)، (٢، ٤)، (٣، ٥)، (٤، ٦)} بجدول، وبيانيًّا، وبالمخطط السهمي، ثم حدد كلًّا من مجالها ومداها. (الدرس ١-٦)

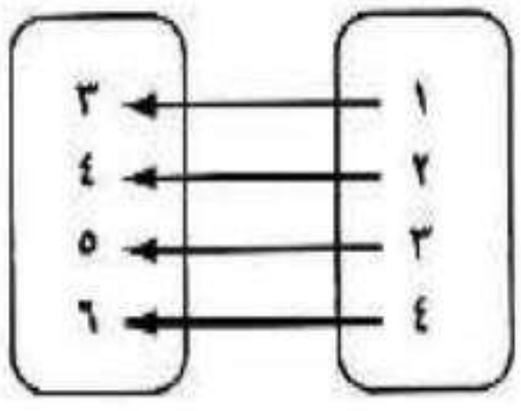
جدول

س	ص
١	٣
٢	٤
٣	٥
٤	٦

بيانياً



مخطط سهمي



المجال: {١، ٢، ٣، ٤} المدى: {٣، ٤، ٥، ٦}

استعد للدرس اللاحق

بسِّط كلًّا مما يأتي:

٣٤) $\frac{٢٥}{١٠}$

$$\frac{5}{2}=\frac{5\div25}{5\div10}=\frac{25}{10}$$

٣٥) $\frac{٤-}{١٢-}$

$$\frac{1}{3}=\frac{4\div4-}{4\div12-}=\frac{4-}{12-}$$

٣٦) $\frac{٦}{١٢-}$

$$\frac{1}{2-}=\frac{6\div6}{6\div12-}=\frac{6}{12-}$$

٣٧) $\frac{٣٦-}{٨}$

$$4\frac{1}{2}-=\frac{4\div36-}{4\div8}=\frac{36-}{8}$$

احسب قيمة $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{جـ} - \text{د}}$ في كلٍّ مما يأتي:

٣٨) أ = ٦ ، ب = ٢ ، جـ = ٩ ، د = ٣

$$\frac{2-6}{3-9}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

٣٩) أ = ٤ ، ب = -٧ ، جـ = -١ ، د = -٢

$$\frac{(7-)-4}{(2-)-(1-)}$$

$$\frac{7+4}{2+1-}$$

$$11 = \frac{11}{1}$$

٢-٥ معدل التغيير والميل

تحقق

١) **تبليط:** يبين الجدول المجاور كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

عدد البلاطات (س)	المساحة المبلطة (سم^٢) (ص)
٣	١٢٠٠
٦	٢٤٠٠
٩	٣٦٠٠

أ) أوجد معدّل التغير.

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

$$= \frac{1200 - 2400}{3 - 6}$$

$$= \frac{1200}{3}$$

$$= ٤٠٠$$

ب) فسر معنى معدّل التغير.

بلاطة واحدة تغطي ٤٠٠ سم^٢ من مساحة السطح.

تحقق

٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد – دون إجراء عمليات حسابية – فترة السنتين ذات معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

السنتين ذات معدل التغير الأقل هما: ١٤٢٤هـ – ١٤٢٦ هـ ؛ زاد عدد الزوار بمعدل ٥٠٠٠ زائر في السنة.

تحقق

حدد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسر إجابتك:

ا٣)

س	ص
٣-	١١
٢-	١٥
١-	١٩
١	٢٣
٢	٢٧

معدل التغيير بين أول قيمتين $= \frac{11-15}{3+2-} = 4$

معدل التغيير بين ثاني قيمتين $= \frac{15-19}{2+1-} = 4$

معدل التغيير بين ثالث قيمتين $= \frac{19-23}{1+1} = 2$

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً فالدالة ليست خطية.

ب٣)

س	ص
١٢	٤-
٩	١
٦	٦
٣	١١
٠	١٦

معدل التغيير بين أول قيمتين $= \frac{4+1}{12-9} = \frac{5}{3}-$

معدل التغيير بين ثاني قيمتين $= \frac{1-6}{9-6} = \frac{5}{3}-$

معدل التغيير بين ثالث قيمتين $= \frac{6-11}{6-3} = \frac{5}{3}-$

بما أن معدل التغير ثابت، فالدالة خطية.

تحقق

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

ا٤) (-٤، -٢)، (٠، -٢)

(- ٤، - ٢) ، (٠، - ٢)

س١ = - ٤، ص١ = - ٢، س٢ = ٠، ص٢ = - ٢

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \frac{2+2-}{4+0}$

٤ب) (-٢، ٢)، (-٦، ٤)

(– ٢، ٢)، (–٦، ٤)

س١ = – ٢، ص١ = ٢، س٢ = – ٦، ص٢ = ٤

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{4 - 2}{6 - 2}$$

$$م = - = - \frac{2}{4} = - \frac{1}{2}$$

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

٥أ) (٦، ٣)، (٦، ٧)

س١ = ٦، ص١ = ٣، س٢ = ٦، ص٢ = ٧

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{7 - 3}{6 - 6}$$

$م = \frac{4}{0}$ غير معرف.

٥ب) (-٣، ٢)، (-٣، -١)

س١ = – ٣، ص١ = ٢، س٢ = – ٣، ص٢ = – ١

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{1 - 2}{3 - 3}$$

$م = - \frac{3}{0}$ غير معرف.

تحقق

٦) أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٢، ٦)، (ر ، -٤) يساوي -٥ .

س١ = - ٢، ص١ = ٦، س٢ = ر، ص٢ = - ٤

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$-٥ = \frac{6 - 4-}{2 + ر}$$ اطرح

$$-\frac{5}{1} = -\frac{10}{2 + ر}$$ الضرب تبادلياً

-٥(ر + ٢) = - ١٠ خاصية التوزيع

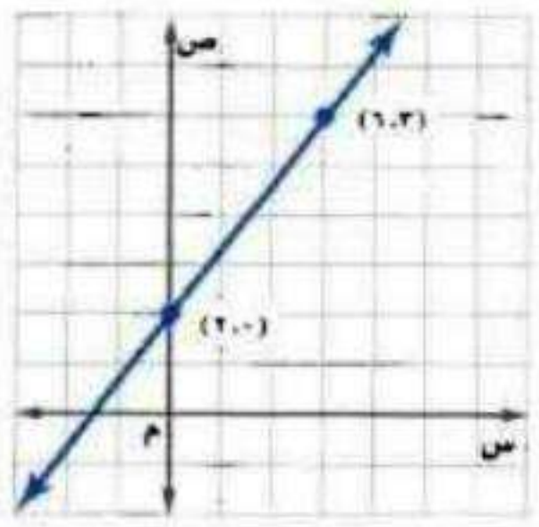
-٥ر - ١٠ = - ١٠ أضف ١٠ إلى الطرفين

ر = ٠

تأكد:

مثال ١ أوجد معدّل التغير الممثل في كلٍّ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

١)



$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{6 - 2}{3 - 0}$$

$$= \frac{4}{3}$$

٢)

س	ص
٣	-٦
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦

$$\text{معدل التغير} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{6 + 2}{3 - 5}$$

$$= \frac{8}{2} = ٤$$

مثال ٢

٣) **مطاعم:** استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

أ) أوجد معدّل التغير في الأسعار من ١٤٢٨ - ١٤٣٠هـ، وفسر معناه.

$$\text{معدل التغير} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{19 - 23}{1428 - 1430} = ٢$$

زاد معدل أسعار الوجبات ريالين في السنة

ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدّل تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٢٨ - ١٤٣٠هـ، وفسر إجابتك.

١٤٢٤هـ ـ ١٤٢٦هـ ، لأن القطعة المستقيمة التي تصل بينهما هي الأكثر

مثال ٣ حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسر إجابتك:

٤)

س	٧-	٤-	١-	٢	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

نعم؛ لأن قيم كل من س، ص تغير بمقدار ثابت.

٥)

س	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤
ص	٧	٥	٣	٠	٢-

لا؛ لأن قيم ص لا تنقص بمقدار ثابت.

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٦) (-٤، ٣)، (-٢، ١)

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{3 - 1}{4 + 2 -}$$

$$م = - = \frac{2}{2} - = -١$$

٧) (-٣، ٧)، (-٣، ٤)

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{7 - 4}{3 + 3 -}$$

$$= \frac{3 -}{0} \text{ غير معرف}$$

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

٨) (-٤، ر)، (-٨، ٣)، م = -٥

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$- ٥ = \frac{ر - 3}{4 + 8 -}$$

$$٣ - ر = - ٥(- ٤)$$

$$٣ - ر = ٢٠$$

$$ر = - ١٧$$

٩) (٥، ٢)، (−٧، ر)، م = $\frac{٥}{٦}$

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$\frac{ر - 2}{-7 - 5} = \frac{5}{6}$$

$$٦(ر - ٢) = ٥(-١٢)$$

$$٦ر - ١٢ = -٦٠$$

$$٦ر = -٤٨$$

$$ر = -٨$$

تدرب وحل المسائل:

مثال ١ أوجد معدّل التغير لكل من الدالتين الممثلتين بالجدولين الآتيين:

١٠)

س	٥	١٠	١٥	٢٠
ص	٢	٣	٤	٥

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$م = \frac{2 - 3}{5 - 10}$$

$$م = \frac{1}{5}$$

١١)

س	١	٢	٣	٤
ص	١٥	٩	٣	-٣

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$م = \frac{15 - 9}{1 - 2}$$

$$م = -٦$$

١٢) **سكان:** أوجد المعدّل السنوي للتغير في عدد سكان المملكة العربية السعودية من عام ١٤٢٥هـ إلى ١٤٣١هـ؟ وفسّر معناه.

السنة	عدد سكان المملكة العربية السعودية
١٤٢٥هـ	٢٢٦٧٨٢٦٢
١٤٣١هـ	٢٧١٣٦٩٧٧

$$م = \frac{س_2 - س_1}{ص_2 - ص_1}$$

$$م = \frac{22678262 - 27136977}{1425 - 1431}$$

$$م \approx ٧٤٣١١٩$$

معدل الزيادة السنوية في عدد سكان المملكة العربية السعودية يساوي تقريباً ٧٤٣١١٩ شخص.

مثال ٣ حدد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسر إجابتك:

١٣)

س	−٧	−٥	−٣	−١	٠
ص	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٣

ليست خطية؛ لأن قيم س لا تزداد بمعدل ثابت.

١٤)

س	−٠,٢	٠	٠,٢	٠,٤	٠,٦
ص	٠,٧	٠,٤	٠,١	٠,٣	٠,٦

ليست خطية؛ لأن قيم ص لا تنقص بمعدل ثابت.

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١٥) (٨، −٢)، (١، ١)

$$(٨، -٢)، (١، ١)$$
$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$
$$م = \frac{2 + 1}{8 - 1}$$
$$م = \frac{3}{7}$$

١٦) (٢، ٢)، (−٢، −٢)

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$
$$م = \frac{2 - 2-}{2 - 2-}$$
$$م = ١$$

١٧) (٦، −١٠)، (٦، ١٤)

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$
$$م = \frac{10 + 14}{6 - 6}$$
$$م = \frac{24}{0}$$ غير معرف

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

١٨) (١٢، ١٠)، (−٢، ر)، م = −٤

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$
$$-٤ = \frac{10 - ر}{12 - 2-}$$
$$ر - ١٠ = -٤(-١٤)$$
$$ر - ١٠ = ٥٦$$
$$ر = ٦٦$$

١٩) (ر، −٥)، (٣، ١٣)، م = ٨

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$
$$٨ = \frac{5 + 13}{3- - ر}$$
$$١٨ = ٨(٣ - ر)$$
$$١٨ = ٢٤ - ٨ر$$
$$٨ر = ٦$$
$$ر = \frac{3}{4}$$

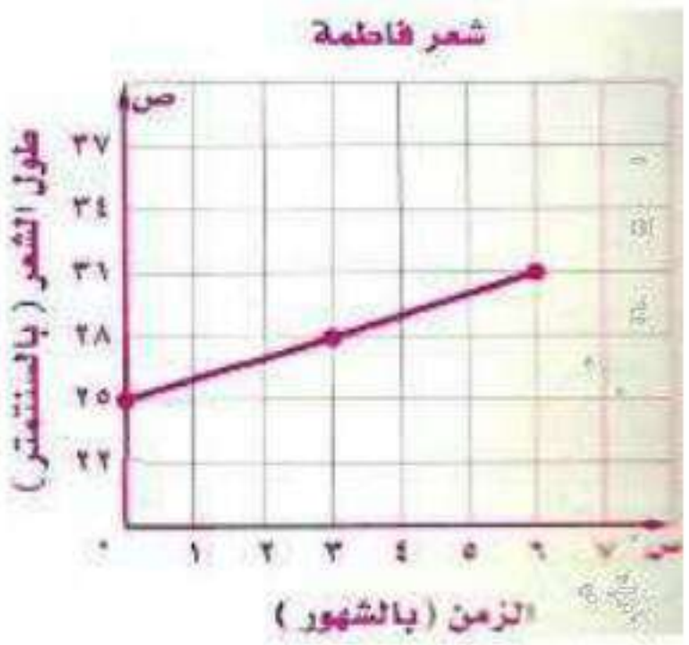
٢٠) **معدّل نمو الشعر:** طول شعر فاطمة ٢٥ سنتمترًا. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضًا أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه:

الزمن بالأشهر	٠	٣	٦
طول شعر فاطمة			

أ) أكمل الجدول المجاور.

الزمن بالأشهر	٠	٣	٦
طول شعر فاطمة	٢٥	٢٨	٣١

ب) مثّل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانيًا.



جـ) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$م = \frac{25 - 28}{0 - 3}$$

$$م = \frac{3}{3} = ١$$

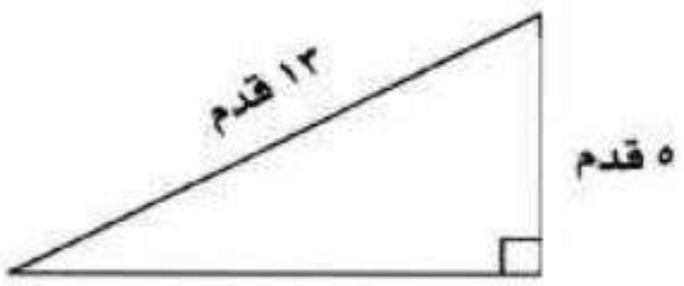
معدل نمو شعرها ١سم كل شهر، أو٣سم كل ٣شهور.

مسائل مهارات التفكير العليا:

٢١) **تبرير:** لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسر ذلك.

الفرق في قيم س صفر دائماً، والقسمة على صفر غير معرفة.

٢٢) تحدّ: إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدمًا تتحركها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟



فرق الصادات = ٥ أقدام

فرق السينات = $\sqrt{(13)^2 - (5)^2}$

= $\sqrt{169 - 25}$

= $\sqrt{144}$ = ١٢

فرق السينات = ١٢

$$\text{ميل الطريق} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$$

$$\text{ميل الطريق} = \frac{5}{12}$$

٢٣) تحدّ: أوجد قيمة د التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (أ، ب)، (جـ، د) يساوي $\frac{1}{2}$.

س١ = أ، ص١ = ب، س٢ = جـ، ص٢ = د

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{د} - \text{ب}}{\text{ج} - \text{أ}}$$

٢ (د – ب) = (جـ – أ)

٢د – ٢ب = جـ – أ

٢د = جـ – أ + ٢ب

$$\text{د} = \frac{\text{ج} - \text{أ} + 2\text{ب}}{2}$$

٢٤) اكتب: بيّن العلاقة بين معدّل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم.

يمكن استعمال الميل لوصف معدل التغير، ومعدل التغير هو نسبة تصف كيف تتغير كمية بالنسبة إلى تغير كمية آخري، وميل المستقيم هو نسبة أيضا، ويمثل نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني.

تدريب على اختبار

٢٥) اشترت روان حاسوبًا بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد سنتين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟

أ) ١٥٠٠ ريال.
ب) ٧٥٠ ريالًا.
جـ) ٢٥٠٠ ريال.
د) ١٢٥٠ ريالًا

٢٦) **احتمال،** ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (١–٦) مرة واحدة؟

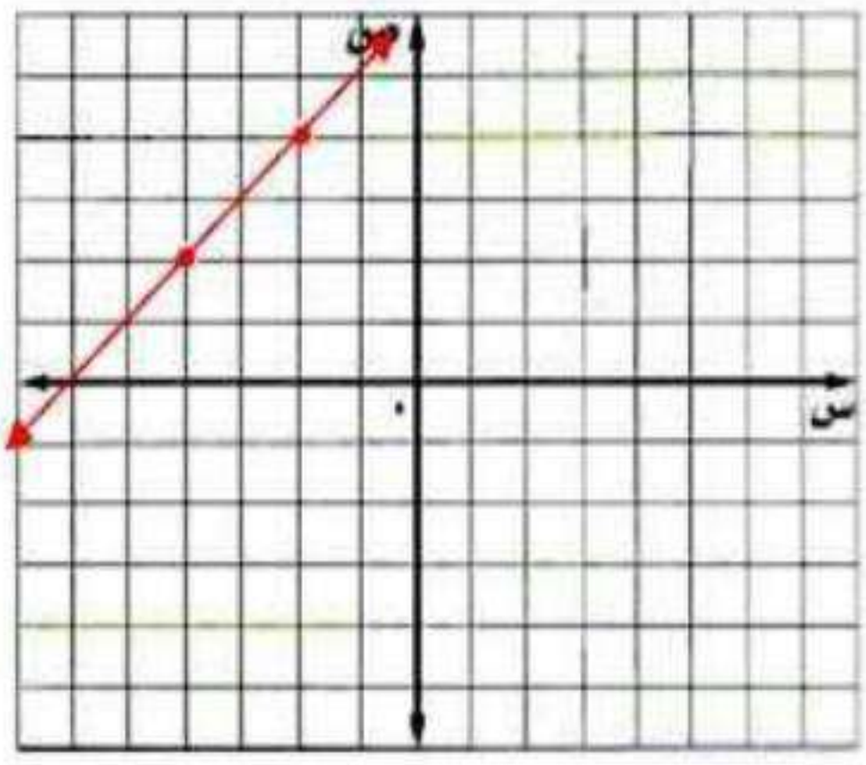
أ) $\frac{٥}{٦}$
ب) $\frac{١}{٥}$
جـ) $\frac{١}{٢}$
د) $\frac{١}{٦}$

٢٥) قيمة الانخفاض = ٧٥٠ ريالا.
الإجابة: ب)
٢٦) احتمال:
احتمال ظهور العدد ٥ = $\frac{1}{6}$
الإجابة: د)

مراجعة تراكمية

حل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا: الدرس (٤-٢)

٢٧) ٣س + ١٨ = ٠
س + ٦ = ٠
د(س) = س + ٦



س	د(س)
ـ ٤	٢
ـ ٢	٤

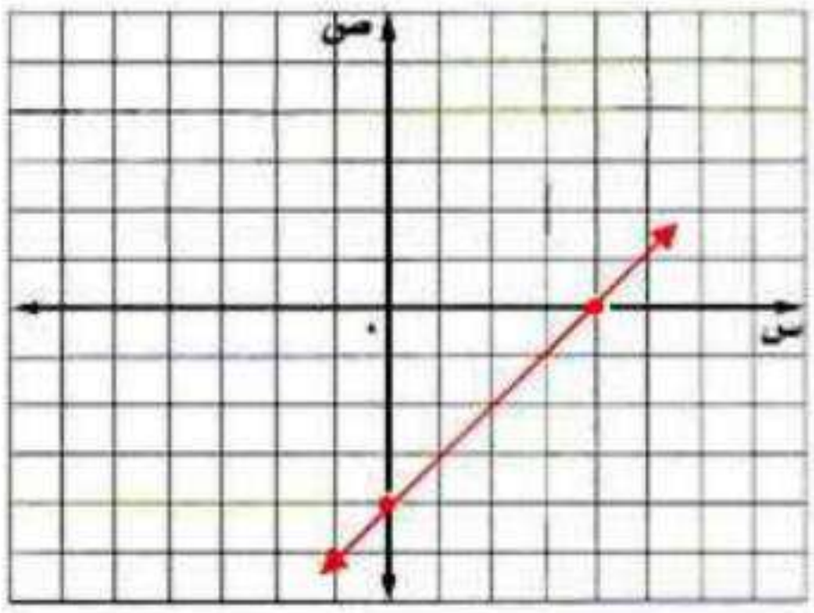
الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ـ ٦، لذا فإن الحل هو س = ـ ٦.

٢٨) ٨س – ٣٢ = ٠

س – ٤ = ٠

د(س) = س – ٤

س	د(س)
٤	٠
٠	– ٤



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٤، لذا فإن الحل هو س = ٤.

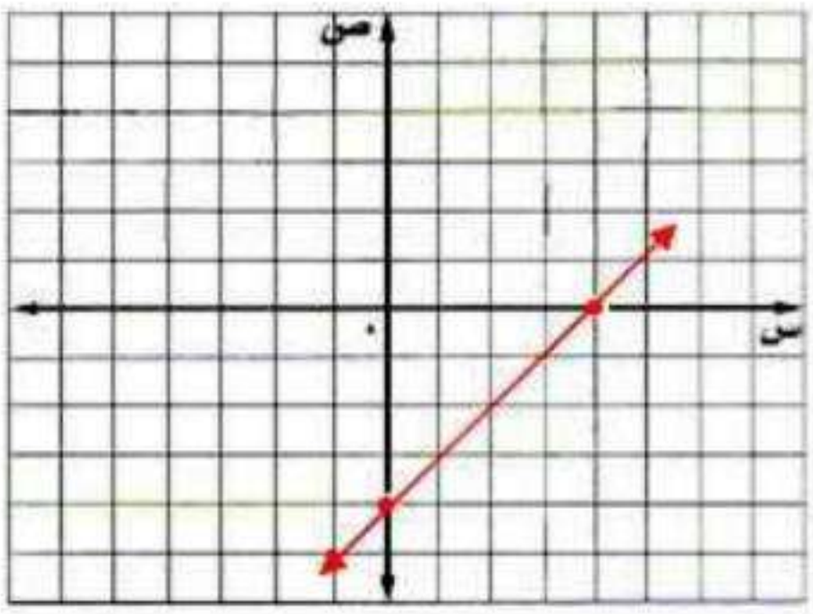
٢٩) ٠ = ١٢س – ٤٨

١٢س – ٤٨ = ٠

س – ٤ = ٠

د(س) = س – ٤

س	د(س)
٤	٠
٠	– ٤



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٤، لذا فإن الحل هو س = ٤.

٣٠) حل المعادلة | س – ٣ | = ٨ . (الدرس ١-٥)

س – ٣ = ٨ ، س – ٣ = – ٨

س = ١١ ، س = – ٥

حل المعادلة: {– ٥، ١١}

استعد للدرس اللاحق

أوجد ناتج الطرح في كل مما يأتي:

٣١) ١٣ - (-١)

١٣ - (-١) = ١٣ + ١ = ١٤

٣٢) ٤ - ١٦

٤ - ١٦ = - ١٢

٣٣) -٣ -٣

-٣ - ٣ = - ٦

٣٤) -٨ - (-٢)

-٨ - (-٢) = -٨ + ٢ = - ٦

٦-٢ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

تحقق

حدد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسر إجابتك:

١أ) −٢٦، −٢٢، −١٨، −١٤، ...

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية أساسها ٤.

١ب) ١، ٤، ٩، ٢٥، ...

ليست متتابعة حسابية؛ لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابت.

تحقق

٢) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة: ٥ ,٩ ،١١، ٥ ,١٢، ١٤،...

الخطوة ١: أوجد الأساس بطرح الحدود المتتالية.

١١ − ٩,٥ = ١,٥

الأساس = ١,٥

الخطوة ٢: أضف ١,٥ إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.

١٤ + ١,٥ = ١٥,٥

١٥,٥ + ١,٥ = ١٧

١٧ + ١,٥ = ١٨,٥

١٨,٥ + ١,٥ = ٢٠

الحدود الأربعة التالية هي: ١٥,٥، ١٧، ١٨,٥، ٢٠

تحقق

بناءً على المتتابعة الحسابية: ٣، −١٠، −٢٣، −٣٦،... أجب عمّا يأتي:

٣أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة.

الخطوة ١: أوجد الأساس.

$$-١٠ - ٣ = -١٣$$

الخطوة ٢: اكتب المعادلة.

$أ_ن = أ_١ + (ن - ١) د$ معادلة الحد النوني بشكل عام.

$أ_ن = ٣ + (ن - ١)(-١٣)$ $أ_١ = ٣، د = -١٣$

$أ_ن = ٣ - ١٣ن + ١٣$ خاصية التوزيع

$أ_ن = -١٣ن + ١٦$

٣ب) أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

عوض ١٥ بدلاً من ن في معادلة الحد النوني التي توصلت إليها.

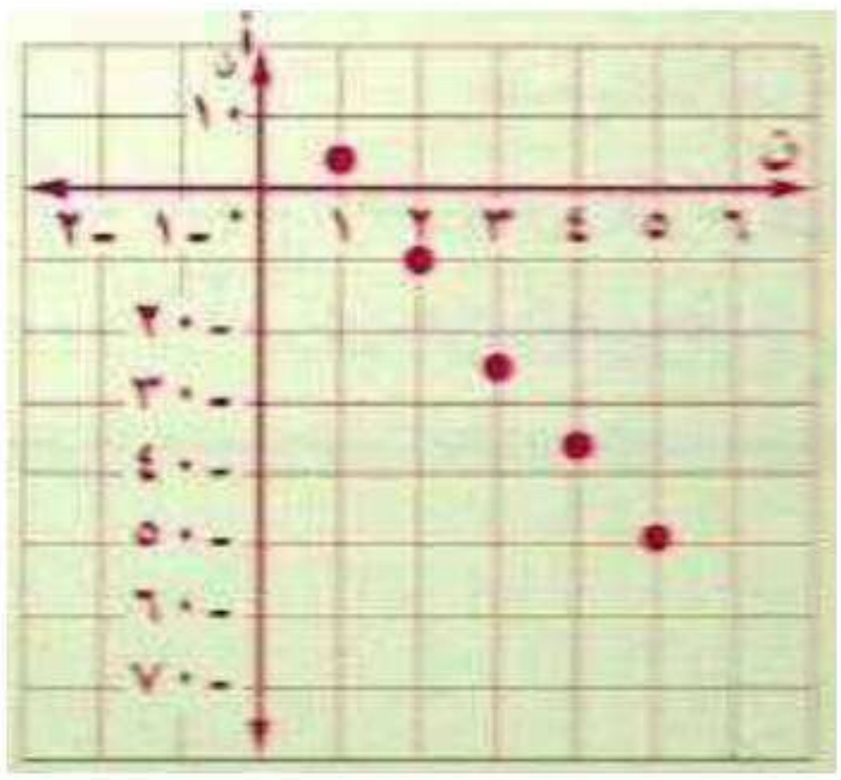
$أ_ن = -١٣ن + ١٦$ معادلة الحد النوني

$أ_{١٥} = -١٣(١٥) + ١٦$ $ن = ١٥$

$= -١٩٥ + ١٦$

$= -١٧٩$

٣جـ) مثّل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانيًّا.



ن	$-١٣ن + ١٦$	$أ_ن$	(ن، $أ_ن$)
١	$-١٣(١) + ١٦$	٣	(١، ٣)
٢	$-١٣(٢) + ١٦$	-١٠	(٢، -١٠)
٣	$-١٣(٣) + ١٦$	-٢٣	(٣، -٢٣)
٤	$-١٣(٤) + ١٦$	-٣٦	(٤، -٣٦)
٥	$-١٣(٥) + ١٦$	-٤٩	(٥، -٤٩)

٣د) ما الحد الذي يساوي −١١٤؟

عوض − ١٤٤ بدلاً من أن في معادلة الحد النوني التي توصلت إليها.

أن = − ١٣ن + ١٦ — معادلة الحد النوني

− ١١٤ = − ١٣ن + ١٦ — أن = − ١٤٤

− ١٦ − ١١٤ = − ١٣ن — اطرح ١٦ من الطرفين

− ١٣٠ = − ١٣ن — اقسم على − ١٣

١٠ = ن

إذا الحد الذي قيمته − ١٤٤ هو الحد العاشر.

تحقق

٤) **الوثب الطويل:** يبين الجدول الآتي أطوالَ وَثبات محمد في أثناء تدربه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوثبة	١	٢	٣	٤
طول الوثبة (بالمتر)	٢	٢,١	٢,٢	٢,٣

أ) اكتب دالة تمثّل المتتابعة الحسابية.

ف(ن) = أ + (ن − ١) د

= ٢ + (ن − ١) (٠,١)

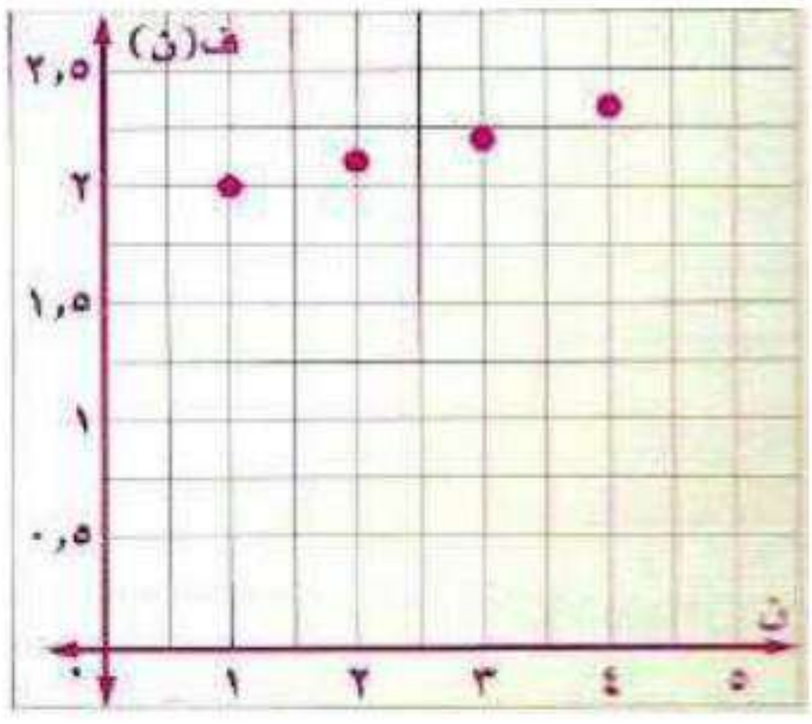
= ٢ + ٠,١ ن − ٠,١

ف(ن) = ٠,١ن + ١,٩

أ = ٢، د = ٠,١ — خاصية التوزيع

ب) مثّل الدالة بيانيًّا.

ن	ف(ن)
١	٢
٢	٢,١
٣	٢,٢
٤	٢,٣
٥	٢,٤



مثال ١ حدد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسر إجابتك:

١) ١٨، ١٦، ١٥، ١٣، ...

ليست متتابعة حسابية؛ لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابت.

٢) ٤، ٩، ١٤، ١٩، ...

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية أساسها ٥.

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

٣) ١٢، ٩، ٦، ٣، ...

الأساس = ٩ ـ ١٢ = ـ ٣
أضف ـ ٣ إلى الحد الأخير في المتتابعة لإيجاد الحد التالي.
٣ ـ ٣ = ٠
٠ ـ ٣ = ـ ٣
ـ ٣ ـ ٣ = ـ ٦
الحدود الثلاثة هي: ٠، ـ ٣، ـ ٦.

٤) ـ٢، ٢، ٦، ١٠، ...

الأساس = ٢ ـ (ـ ٢) = ٤
أضف ٤ إلى الحد الأخير في المتتابعة لإيجاد الحد التالي.
١٠ + ٤ = ١٤
١٤ + ٤ = ١٨
١٨ + ٤ = ٢٢
الحدود الثلاثة هي: ١٤، ١٨، ٢٢.

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا:

٥) ١٥، ١٣، ١١، ٩، ...

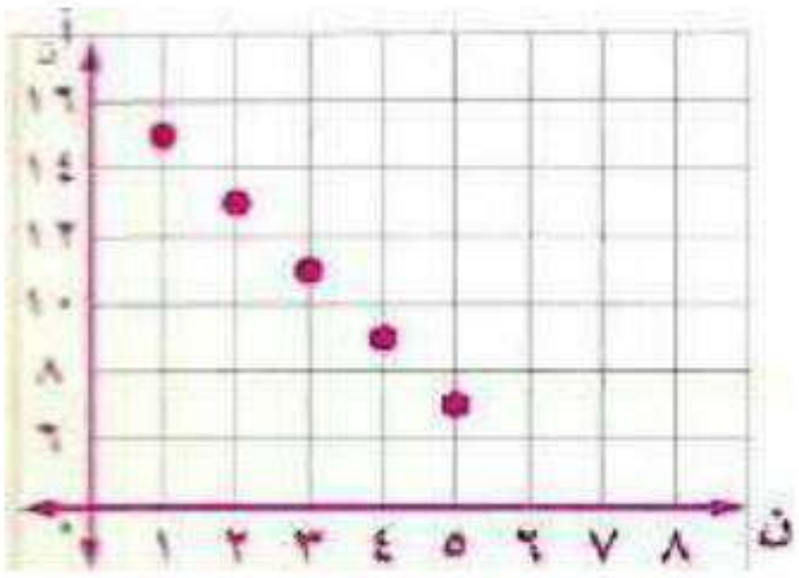
أن = أ ١ + (ن – ١) د — معادلة الحد النوني بشكل عام.

= ١٥ + (ن – ١) (– ٢) — أ ١ = ١٥، د = ١٣ – ١٥ = – ٢

= ١٥ – ٢ن + ٢

أن = ١٧ – ٢ ن

ن	١٧ – ٢ن	أن	(ن، أن)
١	١٧ – ٢(١)	١٥	(١، ١٥)
٢	١٧ – ٢(٢)	١٣	(٢، ١٣)
٣	١٧ – ٢(٣)	١١	(٣، ١١)
٤	١٧ – ٢(٤)	٩	(٤، ٩)
٥	١٧ – ٢(٥)	٧	(٥، ٧)



٦) –١، –٠,٥، ٠، ٠,٥، ...

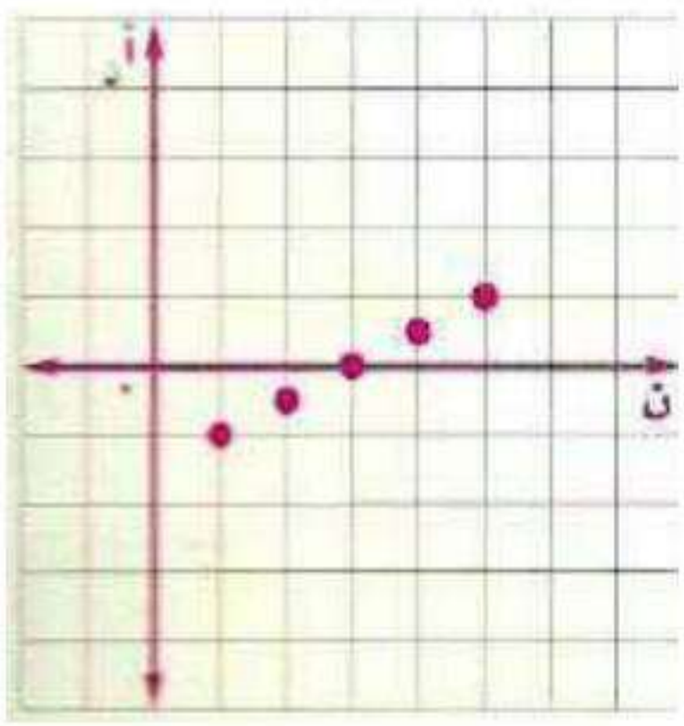
أن = أ ١ + (ن – ١) د — معادلة الحد النوني بشكل عام.

= – ١ + (ن – ١) (٠,٥) — أ ١ = – ١، د = – ٠,٥ – (– ١) = ٠,٥

= – ١ + ٠,٥ن – ٠,٥

أن = ٠,٥ن – ١,٥

ن	٠,٥ن – ١,٥	أن	(ن، أن)
١	٠,٥(١) – ١,٥	– ١	(١، ١٥)
٢	٠,٥(٢) – ١,٥	– ٠,٥	(٢، ١٣)
٣	٠,٥(٣) – ١,٥	٠	(٣، ١١)
٤	٠,٥(٤) – ١,٥	٠,٥	(٤، ٩)
٥	٠,٥(٥) – ١,٥	١	(٥، ٧)



مثال ٤

٧) **توفير:** يملك يوسف ٥٢٥ ريالًا في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ريالًا، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالًا. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالًا. اكتب دالة تعبر عن المتتابعة الحسابية، ثم مثّلها بيانيًا.

اكتب دالة تعبر عن المتتابعة الحسابية ٥٨٠، ٦٣٥، ٦٩٠، .....

أن = أ١ + (ن – ١) د معادلة الحد النوني بشكل عام.

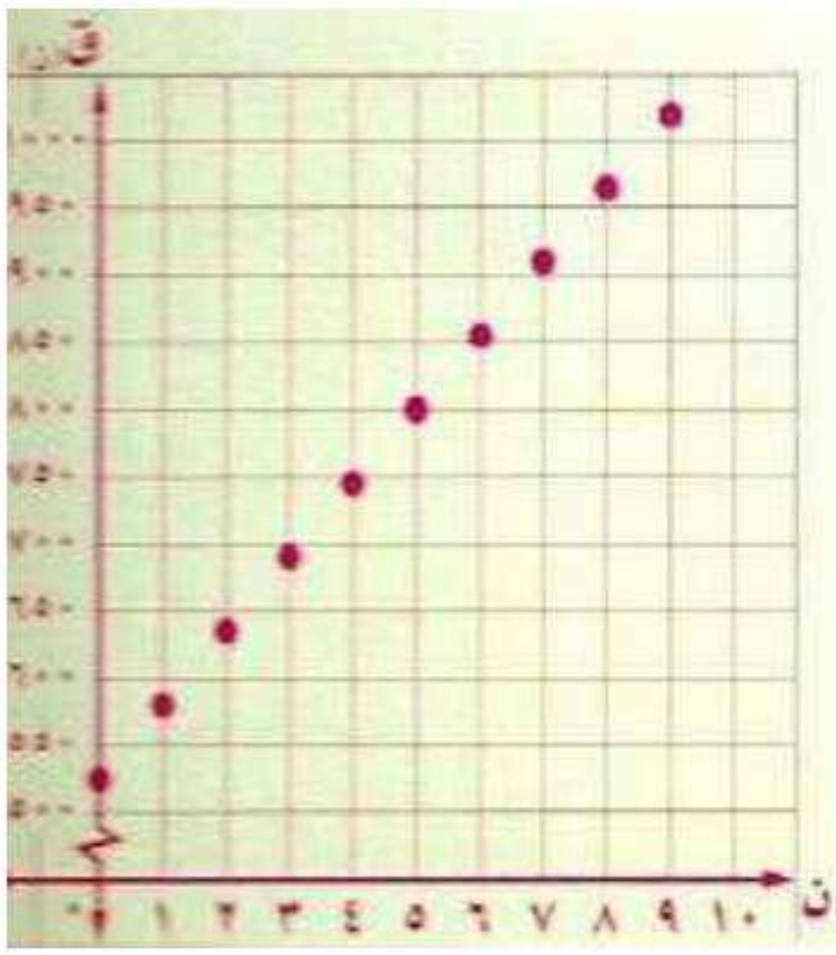
= ٥٨٠ + (ن – ١) (٥٥) أ١ = ٥٨٠، د = ٦٣٥ – ٥٨٠ = ٥٥

= ٥٨٠ + ٥٥ن – ٥٥

= ٥٥ن + ٥٢٥

الدالة: ق(ن) = ٥٥ن + ٥٢٥

ن	ق(ن)
١	٥٨٠
٢	٦٣٥
٣	٦٩٠
٤	٧٤٥
٥	٨٠٠



تدرب وحل المسائل:

مثال ١ حدد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسر إجابتك:

٨) ٣-، ١، ٥، ٩، ...

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية أساسها ٤.

٩) $\frac{١}{٢}$، $\frac{٣}{٤}$، $\frac{٥}{٨}$، $\frac{٧}{١٦}$، ...

ليست متتابعة حسابية؛ لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابت.

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتابعة حسابية فيما يأتي:

١٠) ٠,٠٢ ، ١,٠٨ ، ٢,١٤ ، ٣,٢ ، ... **الاساس +١,٠٦**

٤,٢٦ ، ٥,٣٢ ، ٦,٣٨

١١) ٢١، ١٩، ١٧، ١٥، ... **الأساس ــ ٢**

١٣ ، ١١ ، ٩

١٢) $٢\frac{١}{٣}$، $٢\frac{٢}{٣}$، ٣، $٣\frac{١}{٣}$، ... **الأساس $+\frac{1}{3}$**

$3\frac{2}{3}$ ، ٤ ، $4\frac{1}{3}$

١٣) $-\frac{١}{٢}$، ٠، $\frac{١}{٢}$، ١، ... **الأساس $+\frac{1}{2}$**

$1\frac{1}{2}$ ، ٢ ، $2\frac{1}{2}$

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا:

١٤) -٣، -٨، -١٣، -١٨، ...

معادلة الحد النوني بشكل عام.

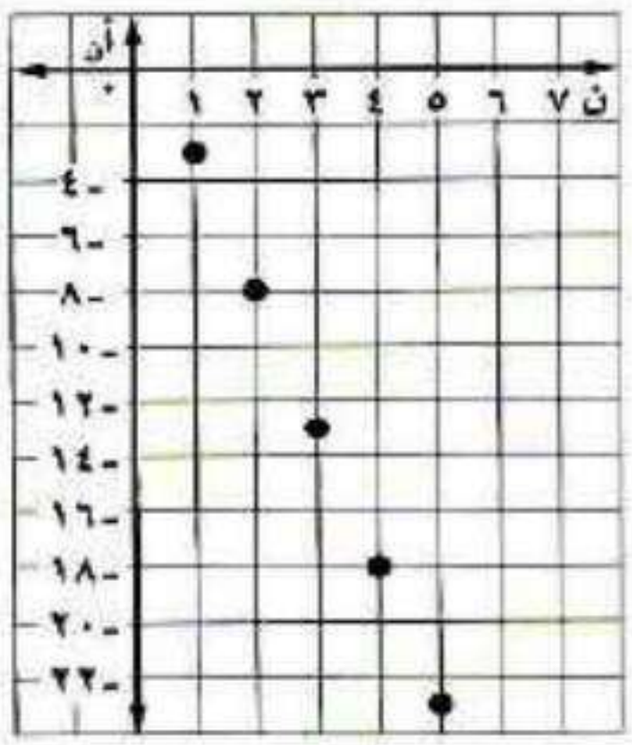
$أ_ن = أ_1 + (ن - 1) د$

$= -٣ + (ن - 1) (-٥)$

$أ_1 = -٣$، $د = -٨ - (-٣) = -٥$

$= -٣ - ٥ن + ٥$

$أ_ن = -٥ن + ٢$



ن	$-٥ن + ٢$	أن	(ن، أن)
١	$-٥(١) + ٢$	-٣	$(١، -٣)$
٢	$-٥(٢) + ٢$	-٨	$(٢، -٨)$
٣	$-٥(٣) + ٢$	-١٣	$(٣، -١٣)$
٤	$-٥(٤) + ٢$	-١٨	$(٤، -١٨)$
٥	$-٥(٥) + ٢$	-٢٣	$(٥، -٢٣)$

١٥) -٢، ٣، ٨، ١٣، ...

معادلة الحد النوني بشكل عام.

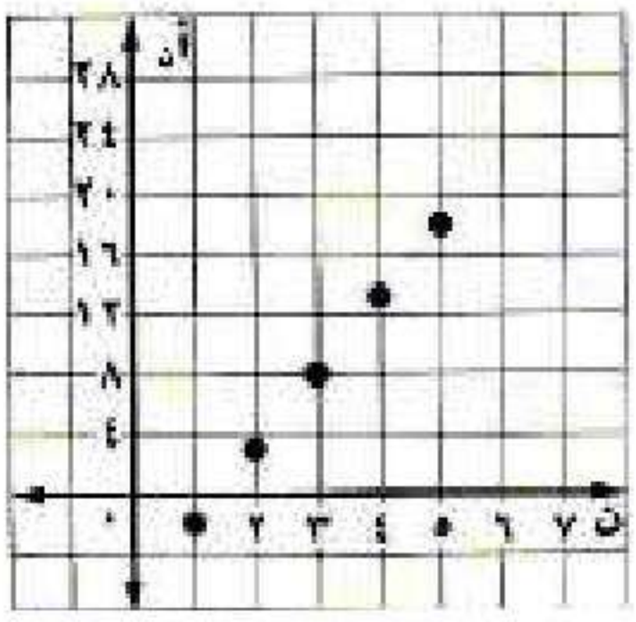
$أ_ن = أ_1 + (ن - 1) د$

$= -٢ + (ن - 1) (٥)$

$أ_1 = -٢$، $د = ٣ - (-٢) = ٥$

$أ_ن = -٢ + ٥ن - ٥$

$أ_ن = ٥ن - ٧$



ن	$٥ن - ٧$	أن	(ن، أن)
١	$٥(١) - ٧$	-٢	$(١، -٢)$
٢	$٥(٢) - ٧$	٣	(٢، ٣)
٣	$٥(٣) - ٧$	٨	(٣، ٨)
٤	$٥(٤) - ٧$	١٣	(٤، ١٣)
٥	$٥(٥) - ٧$	١٨	(٥، ١٨)

١٦) –٠,٧٥ ، –٠,٥ ، –٠,٢٥ ، ٠ ، ...

أن = أ١ + (ن – ١) د معادلة الحد النوني بشكل عام.

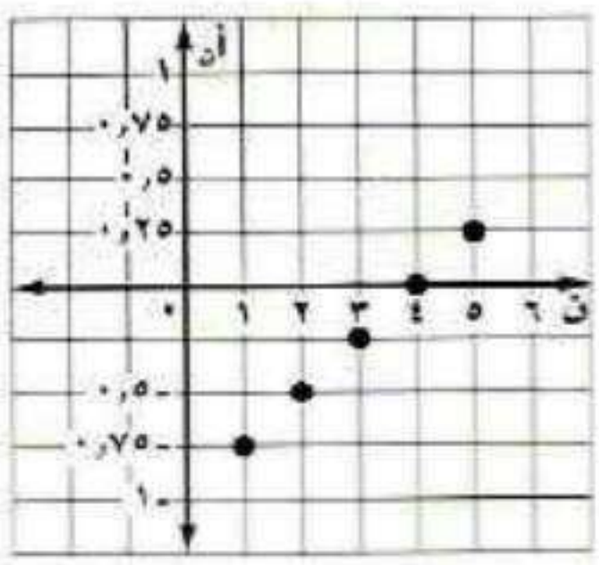
أن = – ٠,٧٥ + (ن – ١) (٠,٢٥)

أ١ = – ٠,٧٥ ، د = – ٠,٥ + ٠,٧٥ = ٠,٢٥

أن = – ٠,٧٥ + ٠,٢٥ن – ٠,٢٥

أن = ٠,٢٥ن – ١

ن	٠,٢٥ن – ١	أن	(ن، أن)
١	٠,٢٥(١) – ١	– ٠,٧٥	(١، – ٠,٧٥)
٢	٠,٢٥(٢) – ١	– ٠,٥	(٢، – ٠,٥)
٣	٠,٢٥(٣) – ١	– ٠,٢٥	(٣، – ٠,٢٥)
٤	٠,٢٥(٤) – ١	٠	(٤، ٠)
٥	٠,٢٥(٥) – ١	٠,٢٥	(٥، ٠,٢٥)



١٧) –١١ ، –١٥ ، –١٩ ، –٢٣ ، ...

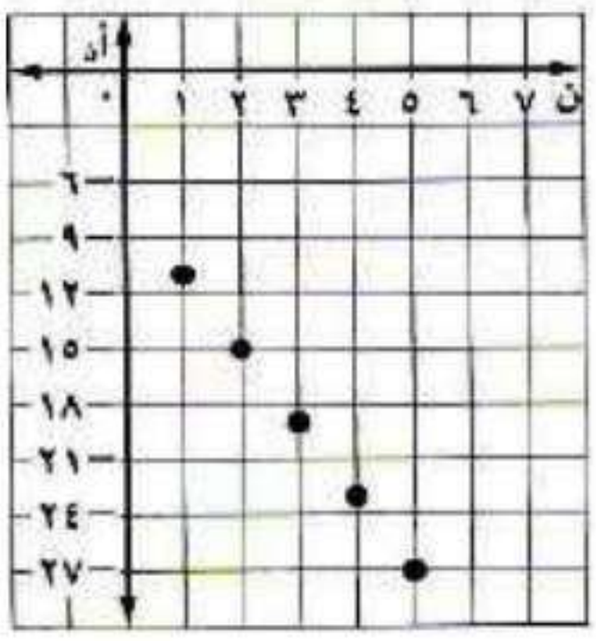
أن = أ١ + (ن – ١) د معادلة الحد النوني بشكل عام.

أن = – ١١ + (ن – ١) (– ٤)

أ١ = – ١١ ، د = – ١٥ – (– ١١) = – ٤

أن = – ٤ن – ٧

ن	– ٤ن – ٧	أن	(ن، أن)
١	– ٤(١) – ٧	– ١١	(١، – ١١)
٢	– ٤(٢) – ٧	– ١٥	(٢، – ١٥)
٣	– ٤(٣) – ٧	– ١٩	(٣، – ١٩)
٤	– ٤(٤) – ٧	– ٢٣	(٤، – ٢٣)
٥	– ٤(٥) – ٧	– ٢٧	(٥، – ٢٧)



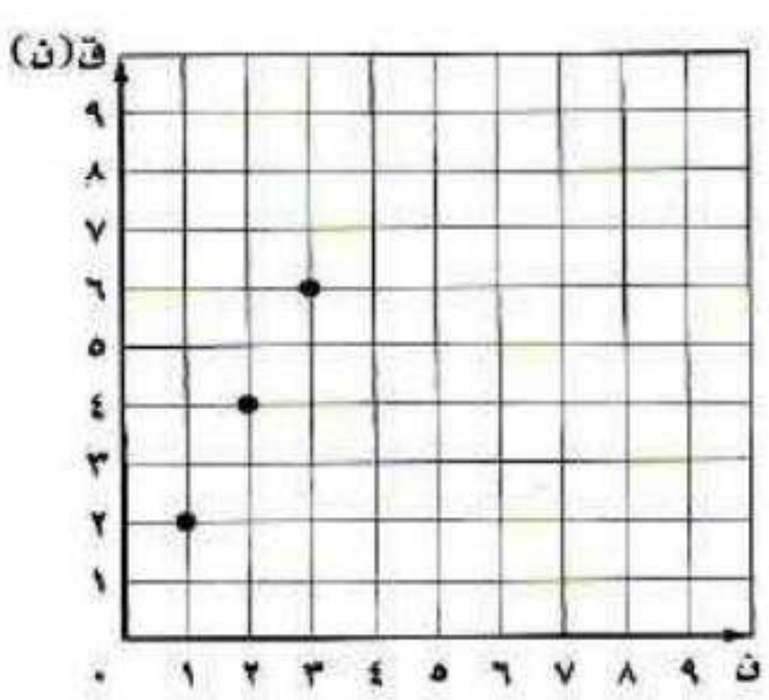
مثال ٤

١٨) **حدائق ترفيهية:** لعب حمد وأصدقاؤه في مدينة الألعاب لعبتين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، و بعد ثلاث ساعات ٦ ألعاب.

أ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

$$ق(ن) = ٢ن$$

ب) مثّل الدالة بيانيًّا، وحدد المجال.

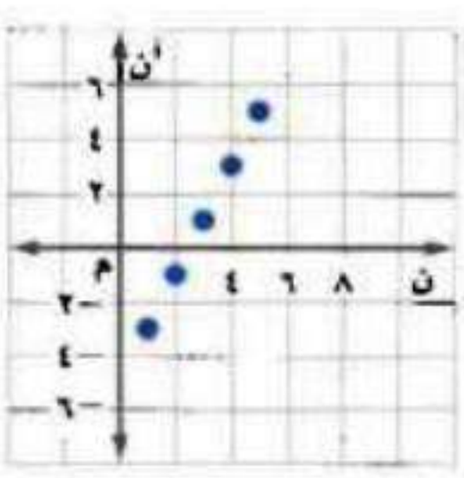


ن	ق(ن)
١	٢
٢	٤
٣	٦

المجال = {١، ٢، ٣}

١٩) مستعملًا التمثيل البياني المجاور لمتتابعة حسابية:

أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى.



الحدود الخمسة الأولى هي: ـ ٣، ـ ١، ١، ٣، م

ب) اكتب معادلة الحد النوني.

معادلة الحد النوني هي: أن = ٢ن ـ ٥

جـ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

دالة التعبير عن المتتابعة الحسابية هي: ق(ن) = ٢ن ـ ٥

٢٠) **إعلانات:** تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبر عن تكاليف الإعلان.

الإعلانات اليومية في الصحيفة	
١٠ كلمات ٣٥ ريالًا	٢٠ كلمة ٥٠ ريالًا
١٥ كلمة ٤٢,٥ ريالًا	٢٥ كلمة ٥٧,٥ ريالًا

الدالة هي: ف(ن) = ١,٥ن + ٢٠

٢١) ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وأساسها ٢؟

أن = أ١ + (ن – ١) د — معادلة الحد النوني بشكل عام.

٨ = أ١ + (٤ – ١) (٢) — أ٤ = ٨، د = ٢، ن = ٤

٨ = أ١ + ٦ — بسط

أ١ = ٢ — اطرح ٦ من الطرفين

الحد الأول للمتتابعة = ٢

٢٢) متتابعة حسابية أساسها –٥. إذا كان أ١٢ يساوي ٢٢ فما قيمة أ١؟

أن = أ١ + (ن – ١) د — معادلة الحد النوني بشكل عام.

٢٢ = أ١ + (١٢– ١) (– ٥) — أ١٢ = ٢٢، د = – ٥، ن = ١٢

٢٢ = أ١ – ٥٥ — بسط

أ١ = ٧٧ — أضف ٥٥ للطرفين

٢٣) ما الحد الذي قيمته – ٣٦ في المتتابعة الحسابية ٢٨، ٢٠، ١٢، ٤، ...؟

أن = أ١ + (ن – ١) د — معادلة الحد النوني بشكل عام.

– ٣٦ = ٢٨ + (ن – ١) (– ٨) — أن = – ٣٦، د = – ٨، أ١ = ٢٨

– ٣٦ = ٢٨ – ٨ن + ٨ — بسط

– ٣٦ + ٨ن = ٣٦ – ٨ن + ٨ن — أضف ٨ن للطرفين

– ٣٦ + ٨ن = ٣٦ — أضف ٣٦ للطرفين

٨ن = ٧٢ — اقسم الطرفين على ٨

ن = ٩

الحد الذي قيمته – ٣٦ هو الحد التاسع.

٢٤) تمثيلات متعددة: في متتابعة فيبوناشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.

والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...

أ) **جبريًا،** اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت ن ≤ ٣.

معادلة الحد النوني هي: أن = أن–٢ + أن–

ب) **جبريًا،** أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

١٣، ٢١، ٣٤، ٥٥، ٨٩، ١٤٤، ٢٣٣، ٢٧٧، ٦١٠

الحد الخامس عشر هو: ٦١٠

جـ) **تحليليًا،** بيِّن ما إذا كانت متتابعة فيبوناشي حسابية أم لا؟

المعادلة ليست حسابية؛ لأن الفرق بين كل حدين متتاليين فيها غير ثابت.

مسائل مهارات التفكير العليا:

٢٥) مسألة مفتوحة: كوّن متتابعة حسابية أساسها −١٠.

المتتابعة الحسابية هي: ٢ ، − ٨، − ١٨، − ٢٨،

٢٦) تحدٍّ: أوجد قيمة س التي تجعل س+٨، ٤س+٦، ٣س الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية.

٤س + ٦ − (س + ٨) = ٣س − (٤س + ٦)
٣س − ٢ = − س − ٦
٤س − ٢ = − ٦ أضف س للطرفين
٤س = − ٤ أضف ٢ للطرفين
س = − ١ اقسم الطرفين على ٤
قيمة س = − ١

٢٧) بيّن إذا كانت المتتابعة: س−١ ، ٣س+٢ ، ٥س+٥ ، ... حسابية أم لا، وفسّر إجابتك.

المتتابعة حسابية؛ الفرق بين أي حدين متتالين ثابت، الأساس ٢س + ٣.

٢٨) تحدٍّ: بيِّن هل المتتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ) ٢ س+١، ٣ س+١، ٤ س+١ ...

حسابية؛ الفرق بين أي حدين متتالين ثابت، الأساس س.
الحدود الثلاثة التالية: ٥س+١، ٦س+١، ٧س+١.

ب) ٢س، ٤س، ٨س، ...

ليست حسابية؛ الفرق بين أي حدين متتالين غير ثابت.

٢٩) اكتب: وضح كيف تجد حدًّا معينًا في متتابعة حسابية، وكيف تكتب المتتابعة الحسابية كدالة خطية.

أوجد أولا الأساس للمتتابعة المعطاة ثم أستعمل الصيغة
أن = أ١ + (ن − ١) د ، في التعويض عن ن بترتيب الحد المطلوب
فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يمثل فيها د الميل، ن المتغير المستقل، أن المتغير التابع.

تدريب على اختبار

٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟

أ) {(-٥، ٦)، (٤، -٣)، (٢، -١)، (٤، ٢)}

ب) {(٣، -١)، (٣، -٥)، (٣، ٤)، (٣، ٦)}

جـ) {(-٢، ٣)، (٠، ٣)، (-٢، -١)، (-١، ٢)}

د) {(-٥، ٦)، (٤، -٣)، (٢، -١)، (٠، ٢)}

٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: -٧، -٤، -١، ٢، ...

أ) أن = ٣ن - ٤

ب) أن = -٧ن + ١

جـ) أن = ٣ن - ١٠

د) أن = -٧ن + ٤

مراجعة تراكمية

٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٩، ٢)، (-٣، -١). (الدرس ٤-٢)

$$م = \frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2}$$

$$م = \frac{-1 - 2}{-3 - 9} = \frac{-3}{-12}$$

$$م = \frac{1}{4}$$

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا: (الدرس ٤-٤)

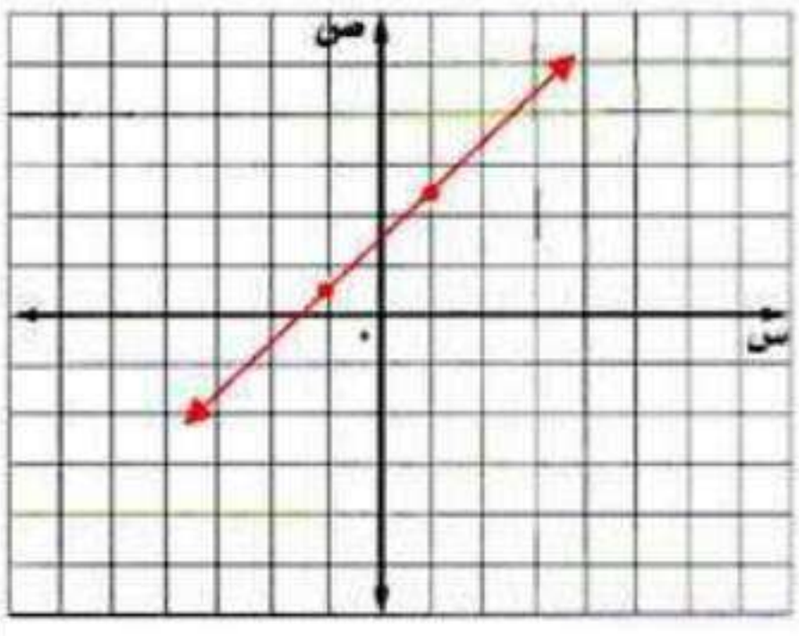
٣٣) ٣س + ٣ = -١

٣س + ٤ = ٠

س + $\frac{4}{3}$ = ٠

د(س) = س + $\frac{4}{3}$

س	د(س)
١	٢,٣
-١	٠,٣



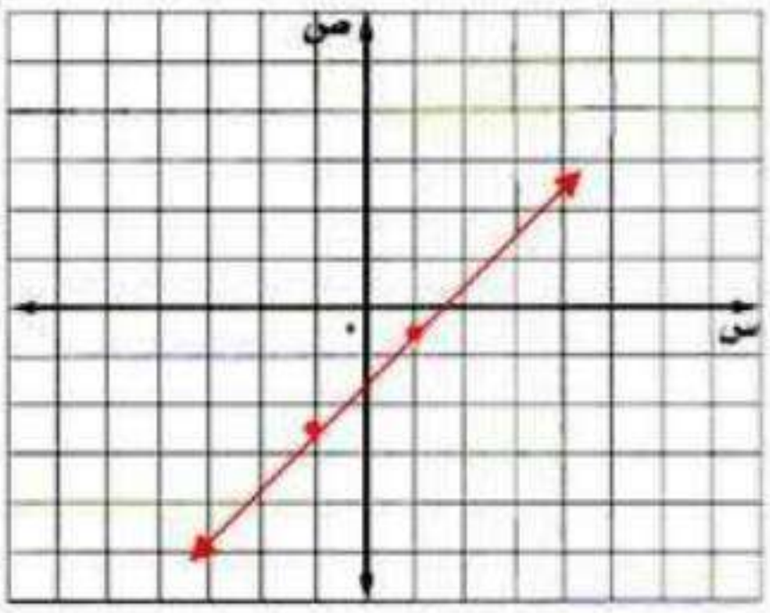
الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند -١,٣، لذا فإن الحل هو س = -١,٣.

٣٤) $\frac{٢}{٣}$ س − ١ = ٠

$$س - \frac{3}{2} = ٠$$

$$د(س) = س - \frac{3}{2}$$

س	د(س)
١	٠,٥ −
١ −	٢,٥ −



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ١,٥، لذا فإن الحل هو س = ١,٥.

٣٥) حل المعادلة ٥س +٧ = −٨، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٢-١)

٥س + ٧ − = ٧ − ٨ − ٧ اطرح ٧ من الطرفين

٥س = − ١٥ اقسم الطرفين على ٥

س = − ٣

التحقق: ٥(− ٣) + ٧ = − ٨

٣٦) حل المعادلة ٣س = −١٢ . (الدرس ٢-١)

٣س = − ١٢ اقسم الطرفين على ٤

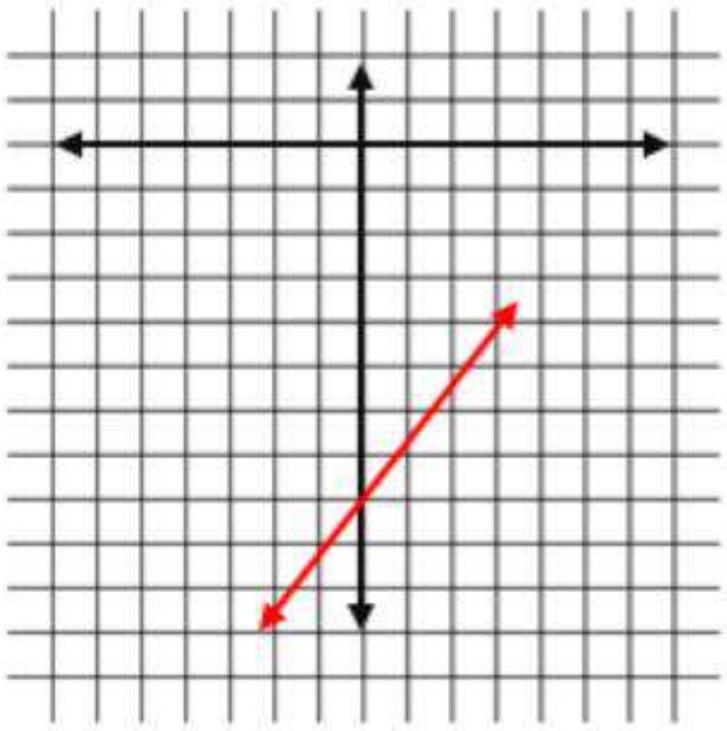
س = − ٤

استعد للدرس اللاحق

مثِّل كلًّا من المعادلات الآتية بيانيًّا:

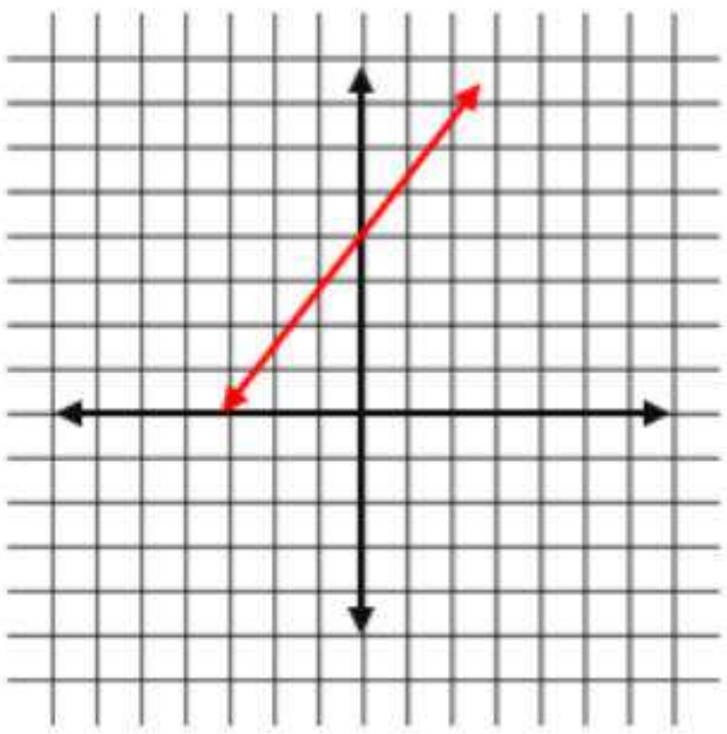
٣٧) ص = س − ٨

س	ص
٠	٨−
١	٧−
١−	٩−



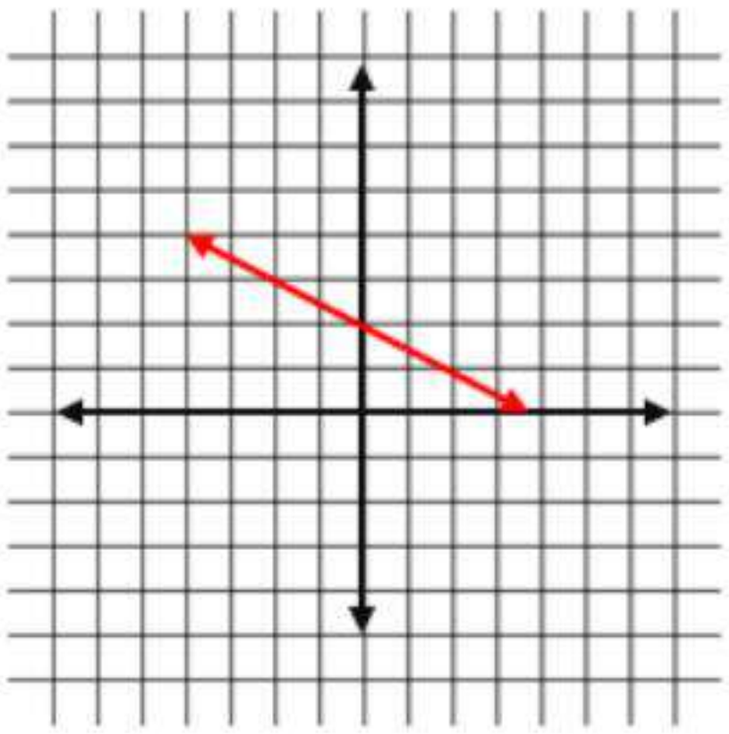
٣٨) س − ص = −٤

س	ص
٠	٤
١	٥
١−	٣



٣٩) ٢س + ٤ص = ٨

س	ص
٠	٢
٢	١
٢−	٣



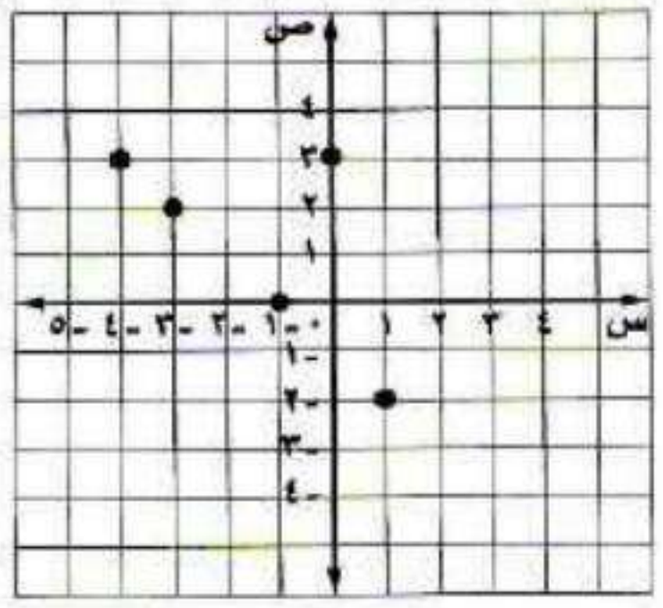
اختبار الفصل

١) مثِّل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانيًّا،
ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها:
{(-٣ ، ٢) ، (-٤ ، ٣) ، (-١ ، ٠) ، (١ ، -٢) ، (٠ ، ٣) }.

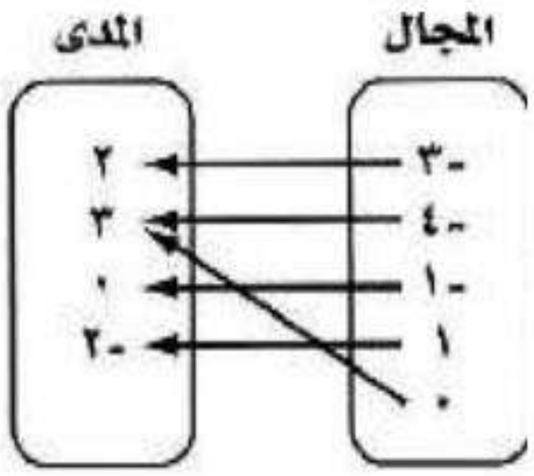
جدول

س	ص
ـ ٣	٢
ـ ٤	٣
ـ ١	٠
١	ـ ٢
٠	٣

بياني



مخطط سهمي



المجال: {ـ ٣، ـ ٤، ـ ١، ١، ٠}
المدى: {ـ ٢، ٠، ٢، ٣}

إذا كان د (س) = ٥ - ٢ س ، هـ (س) = س^{٢} + ٧ س
فأوجد قيمة كل من :

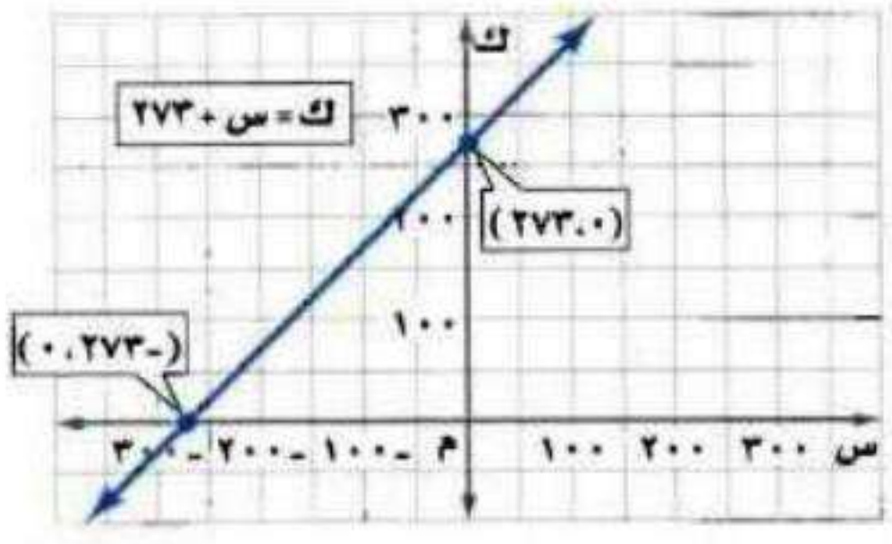
٢) هـ (٣)

هـ(٣) = (٣)^{٢} + ٧(٣)
= ٩ + ٢١ = ٣٠

٣) د (-٦ص)

د(ـ ٦ص) = ٥ ـ ٢(ـ ٦ص)
= ٥ + ١٢ص

٤) **درجة الحرارة:** يبين الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية (س) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن (ك).



أ) حدد كلًّا من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسّر ذلك.

المتغير المستقل: درجة الحرارة السليزية.
المتغير التابع: درجة الحرارة بالكلفن.
لأن درجة حرارة بالكلفن تتغير مع تغير درجة الحرارة السليزية.

ب) أوجد المقطع س والمقطع ك، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟

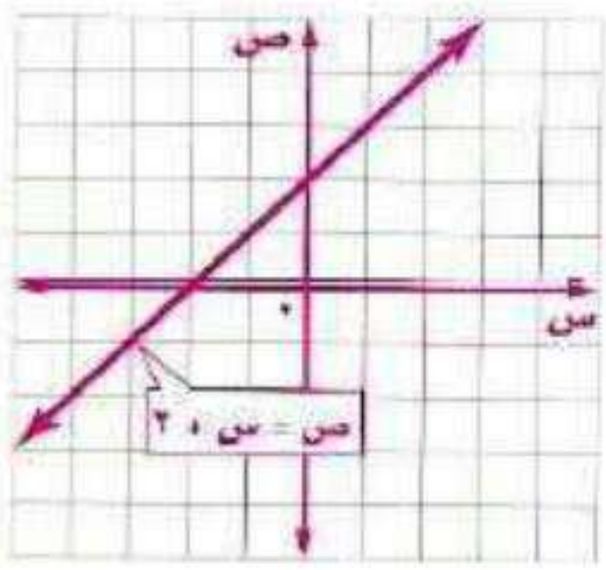
المقطع س = ـ ٠,٢٧٣
يعني أن الحرارة تكون ـ٠,٢٧٣ سيليزي = ٠ كلفن.
المقطع ك = ٠,٢٧٣
يعني أن الحرارة ٠ سيليزي = ٢٧٣ كلفن.

مثّل كلًّا من المعادلات الآتية بيانيًّا:

٥) ص = س + ٢

س ـ ص = ـ ٢

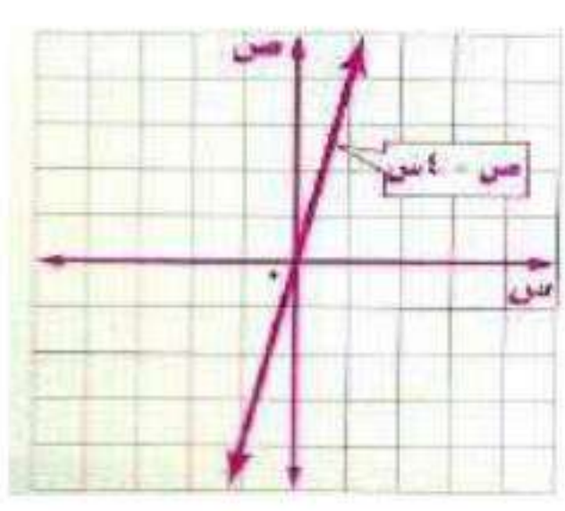
س	ص
٠	٢
٢	٤



٦) ص = ٤س

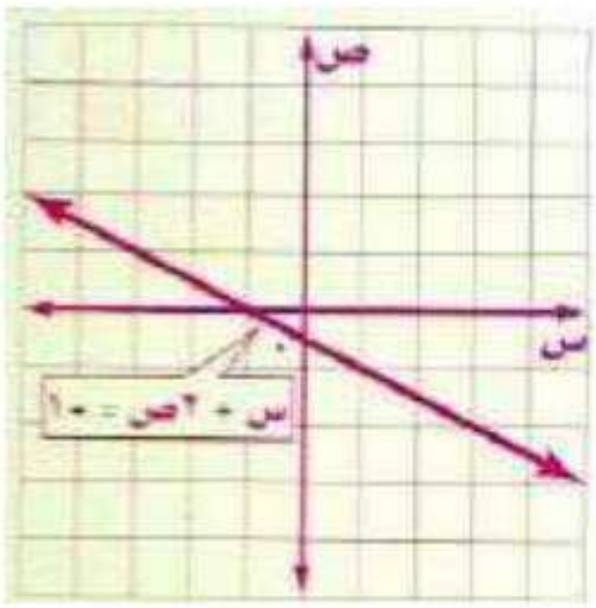
ص = ٤س

س	ص
٠	٠
١	٤



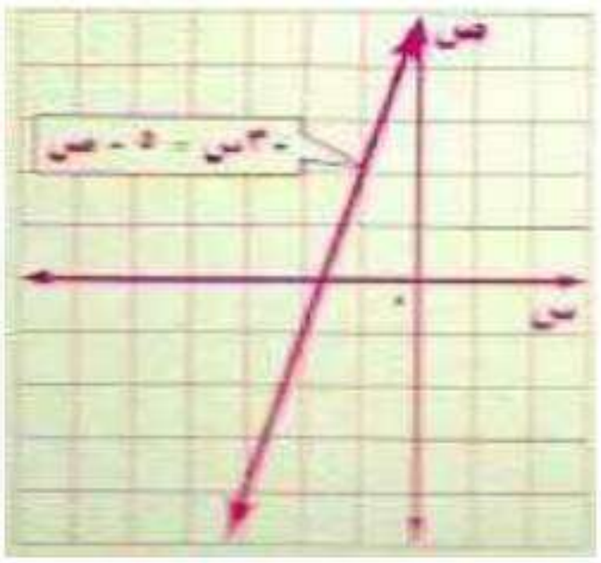
٧) س + ٢ص = −١

س	ص
٠	٠,٥ −
١ −	٠



٨) −٣س = ٥ − ص

س	ص
٠	٥
١ −	٢



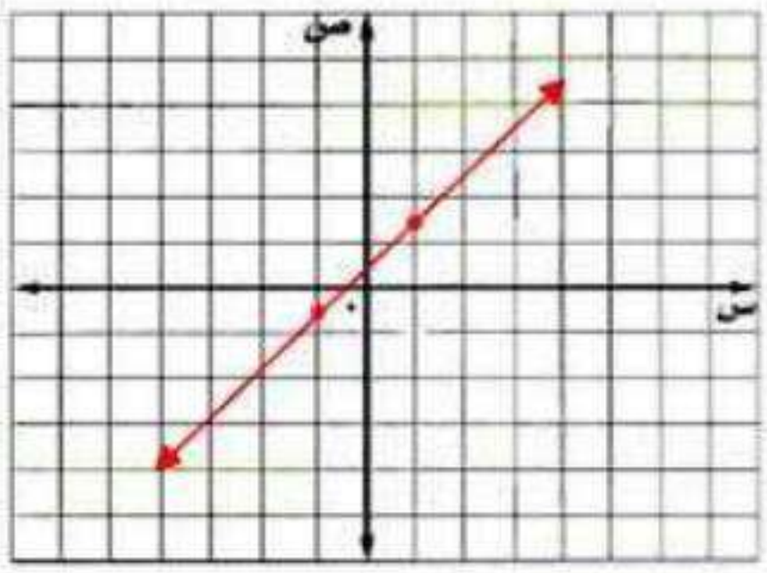
حل كل معادلة مما يأتي بيانيًّا:

٩) ٤س + ٢ = ٠

س + ٠,٥ = ٠

د(س) = س + ٠,٥

س	د(س)
١	١,٥
١ −	٠,٥ −



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند − ٠,٥،

لذا فإن الحل هو س = − ٠,٥.

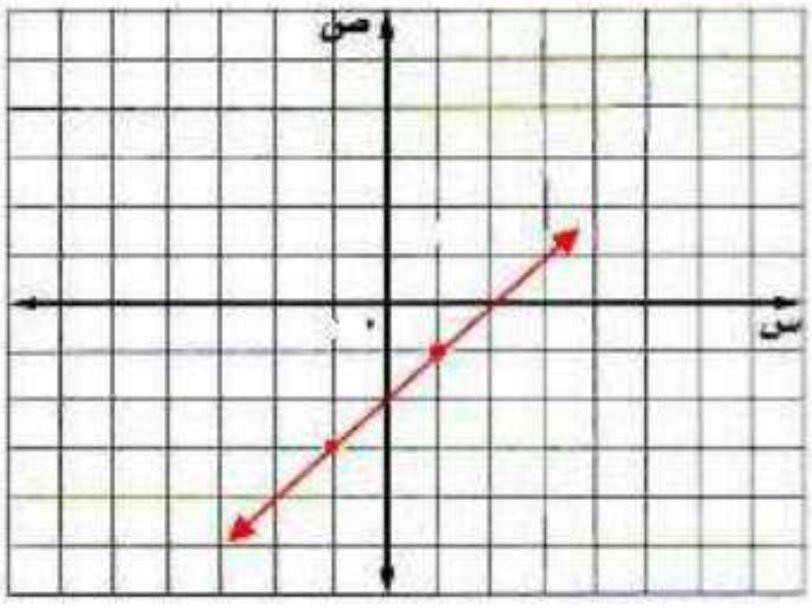
١٠) ٠ = ٦ – ٣س

٣س – ٦ = ٠

س – ٢ = ٠

د(س) = س – ٢

س	د(س)
١	١ –
١ –	٣ –



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٢،

لذا فان الحل هو س = ٢.

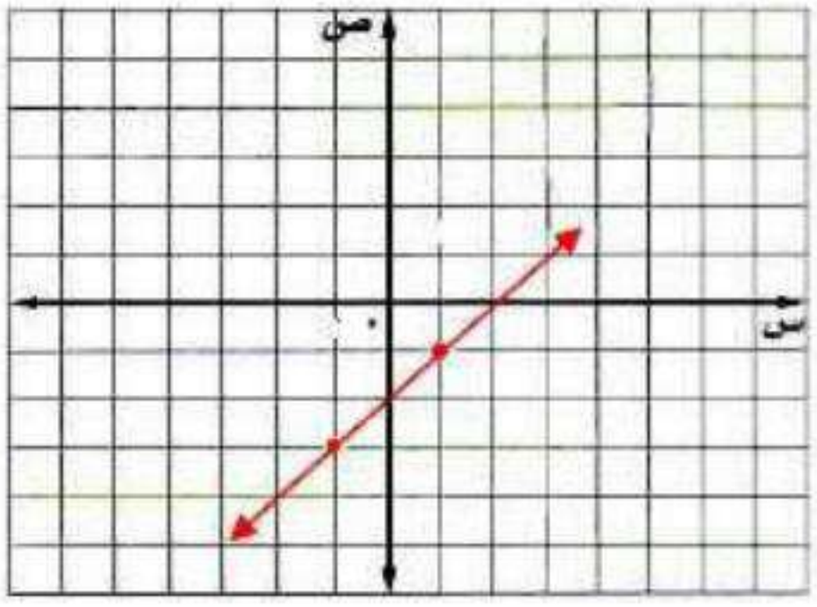
١١) ١٢س = ٤س + ١٦

٨س = ١٦

س – ٢ = ٠

د(س) = س – ٢

س	د(س)
١	١ –
١ –	٣ –



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٢،

لذا فإن الحل هو س = ٢.

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١٢) (٥، ٨)، (-٣، ٧)

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$م = \frac{8 - 7}{5 - 3-}$$

$$م = \frac{1}{8}$$

١٣) (٥، -٢)، (٣، -٢)

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$م = \frac{2 + 2-}{5 - 3}$$

$$م = ٠$$

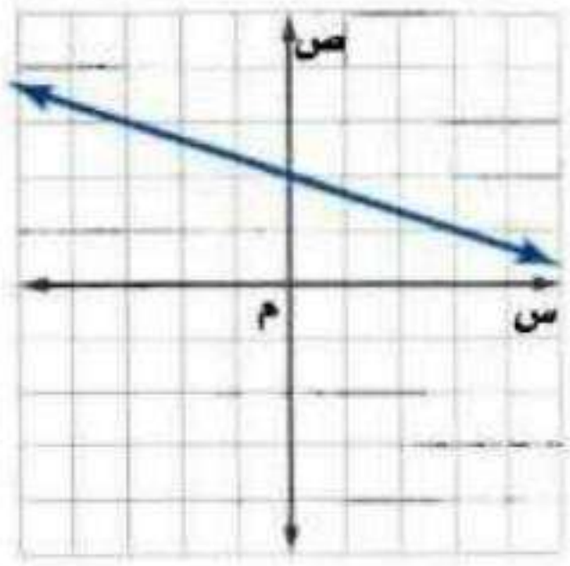
١٤) (٦، -٣)، (٦، ٤)

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$م = \frac{3 + 4}{6 - 6}$$

$$م = \frac{7}{0}$$ غير معرف

١٥) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل؟



أ) -٣

ب) $-\frac{١}{٣}$

جـ) ٣

د) $\frac{١}{٣}$

الإجابة: ب)

١٦) **اختيار من متعدد:** ما قيمة ر التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٠)، (ر، ٣) يساوي ٢؟

أ) $\frac{٢}{٥}$

ب) $\frac{٥}{٢}$

جـ) ٣

د) -٣

$$\frac{0 - 3}{1 - v} = 2$$

$$3 = 2 - v2$$

$$5 = v2$$

$$\frac{5}{2} = v$$

الإجابة: ب)

١٧) أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة:

٥، ٦، ٨، ١١، ١٥، ...

الحدود الثلاثة التالية هي: ٢٠، ٢٦، ٣٣

بيّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت حسابية فما أساسها؟

١٨) -٤٠، -٣٢، -٢٤، -١٦، ...

نعم المتتابعة حسابية وأساسها جمع ٨.

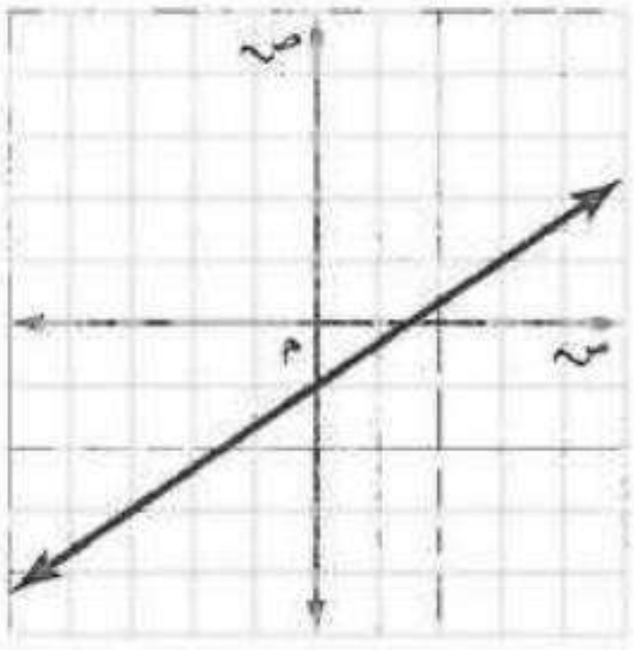
١٩) ٠,٧٥، ١,٥، ٣، ٦، ١٢، ...

ليست حسابية؛ الفرق بين أي حدين متتالين غير ثابت.

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

١) أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبيَّن في الشكل أدناه؟



أ) $-\frac{١}{٣}$

ب) $\frac{١}{٢}$

جـ) $\frac{٢}{٣}$

د) $\frac{٣}{٢}$

٢) أوجد معدل التغير للدالة الخطية بناءً على الجدول أدناه.

ساعات العمل	١	٢	٣	٤
الأجر (ريال)	٥٥	١١٠	١٦٥	٢٢٠

أ) زيادة ٦٥ ريالًا في الساعة.

ب) زيادة ٥٥ ريالًا في الساعة.

جـ) نقصان ٥٥ ريالًا في الساعة.

د) نقصان ٦٥ ريالًا في الساعة.

٣) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية:
-٢، ١، ٤، ٧، ١٠، ١٣، ...

أ) $أ_ن = ٢ن - ١$

ب) $أ_ن = ٢ن + ٤$

جـ) $أ_ن = ٣ن + ٢$

د) $أ_ن = ٣ن - ٥$

$أ_ن = -٢ + (ن - ١)٣$

$= -٢ + ٣ن - ٣$

$= ٣ن - ٥$

٤) الجدول التالي يبيِّن تكلفة شراء عدد من الوجبات (ن) وخدمة التوصيل.

عدد الوجبات	التكلفة (ريال)
١	٦٠
٢	٨٥
٣	١١٠
٤	١٣٥

أيُّ المعادلات التالية تعبِّر عن الموقف؟

أ) $د(ن) = ٢٥ن + ٣٥$

ب) $د(ن) = ٢٥ن + ٣٠$

جـ) $د(ن) = ٣٥ن + ٢٥$

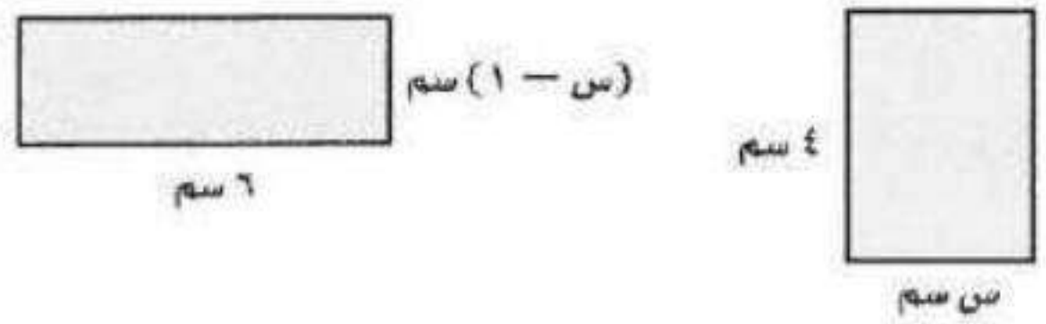
د) $د(ن) = ٣٥ن + ٤٠$

$د(ن) = ٦٠ + (ن - ١)٢٥$

$= ٦٠ + ٢٥ن - ٢٥$

$= ٢٥ن + ٣٥$

٥) إذا كان للشكلين التاليين المساحة نفسها، فأوجد قيمة س.



أ) ٣ ✓

ب) ٤

جـ) ٥

د) ٦

٤س = ٦(س – ١)

٤س = ٦س – ٦

٢س = ٦

س = ٣

٦) الجدول أدناه يبيِّن كميات الأمطار بعد عدد معين من الساعات.

الساعة (س)	١	٢	٣	٤
الكمية (ص)	٠,٤٥	٠,٩	١,٣٥	١,٨

ما الدالة الخطية التي تعبِّر عن الموقف؟

أ) ص = ٤٥,٠ س ✓

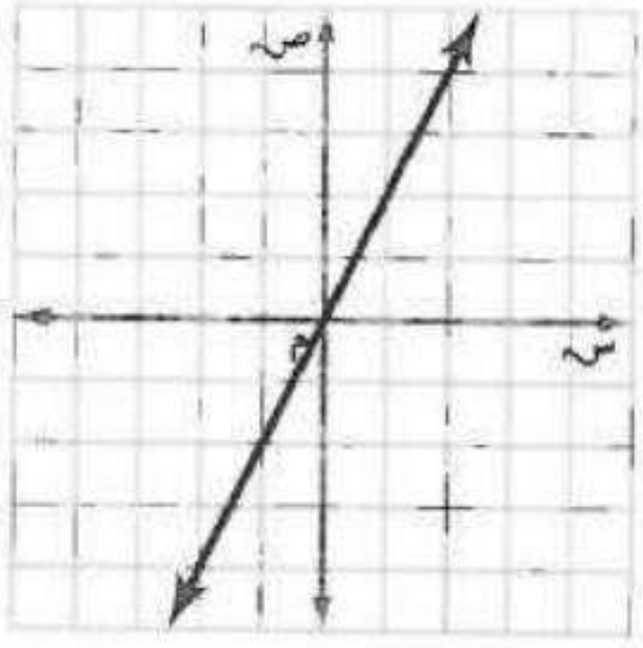
جـ) ص = ٩,٠ س

ب) س = ٤٥,٠ ص

د) ص = ١,٨ س

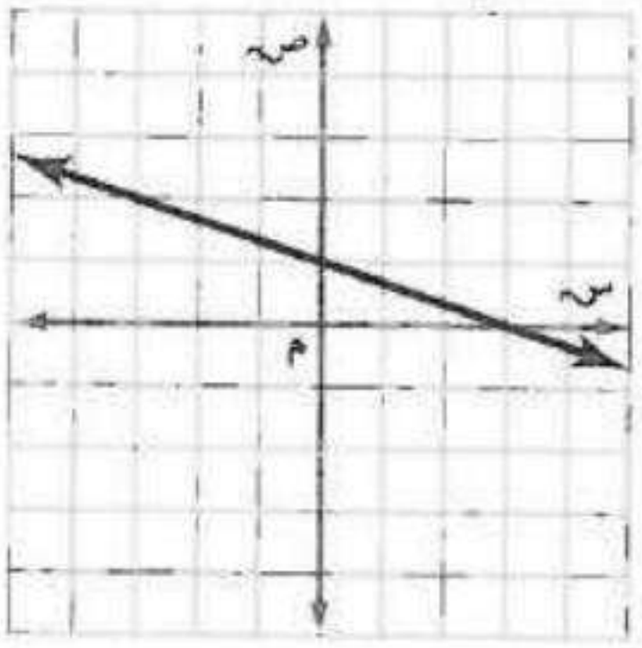
إجابة قصيرة

٧) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثَّل أدناه.



(٠ ، ٠)

٨) استعمل التمثيل البياني أدناه لحل المعادلة: $-\frac{١}{٣}$س + ١ = ٠



س = ٣

إجابة مطولة

٩) أطلق بالون من ارتفاع ٦٠ قدمًا فوق سطح الأرض لأعلى، إذا كان معدل ارتفاع البالون ١٥ قدمًا/ الدقيقة.

أ) فأوجد ارتفاع البالون بعد: دقيقة، دقيقتين، ٣ دقائق، ٤ دقائق من إطلاقه.

الدقائق	١	٢	٣	٤
ارتفاع البالون	٧٥	٩٠	١٠٥	١٢٠

ب) إذا كانت ز تعبِّر عن الزمن الذي أُطلق بعده البالون، ع تمثّل ارتفاع البالون، فعبِّر عن الموقف بمتتابعة حسابية.

ن = ٦٠ + ١٥ ن

جـ) استعمل المعادلة في الفرع ب لإيجاد ارتفاع البالون بعد ٨ دقائق من إطلاقه.

ع = ٦٠ + ١٥ ز

= ٦٠ + ١٥ (٨)

= ١٨٠ قدم