1-6 البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرر كلا من العبارتين الآتيتين:

1A) خاصية الجمع للمساواة التي تنص على إذا كان $a=b$ فإن $a+c=b+c$.

1B) خاصية التماثل للمساواة التي تنص على إذا كانت $a=b$ فأن $b=a$

1C)

$2x-13=-5$ (معطيات)

$2x-13+13=-5+13$ (خاصية الجمع للمساواة)

$2x=8$ (التبسيط)

$x=4$ (خاصية القسمة للمساواة)

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

2A) المعطيات: $\frac{5x+1}{2}-8=0$

المطلوب: $x=3$

البرهان: العبارات(المبررات)

1) $\frac{5x+1}{2}-8=0$ (المعطيات)

2) $\frac{5x+1}{2}=8$ (خاصية الجمع للمساواة)

3) $8 \times 2 = 2 \times (\frac{5x+1}{2})$

4) $5x + 1 = 16$ (بالتبسيط)

5) $5x = 15$ (خاصية الطرح للمساواة)

6) $x = 3$ (خاصية القسمة للمساواة)

2B) فيزياء:

$d = \frac{u+v}{2} . t$ (معطيات)

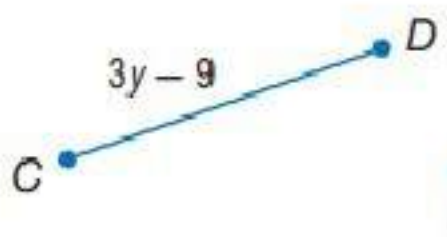
$\frac{u+v}{2} = \frac{d}{t}$ (خاصية القسمة للمساواة)

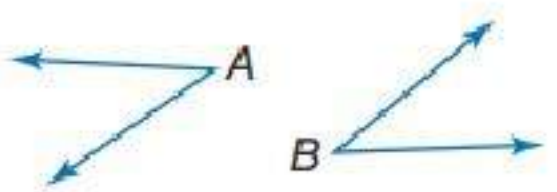
$2\frac{u+v}{2} = 2\left(\frac{d}{t}\right)$ (خاصية الضرب للمساواة)

$u + v = \frac{2d}{t}$ (بالتبسيط)

$u = \frac{2d}{t} - v$ (خاصية الطرح للمساواة)

$\mathbf{u = \frac{2d}{t} - v}$ (خاصية التماثل للمساواة)





3A) المعطيات: $\angle A \cong \angle B$

$37^\circ = m\angle A$

المطلوب: $m\angle B = 37^\circ$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\angle A \cong \angle B$ و $m\angle A = 37^\circ$ (المعطيات)

2) $m\angle A = m\angle B$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle B = 37^\circ$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $m\angle B = 37^\circ$ (خاصية التماثل)

3B) المعطيات: $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

$3y - 9 = CD$, $15 = EF$

المطلوب: $Y = 8$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ (المعطيات)

2) $CD = EF$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $3y - 9 = 15$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $3y = 24$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $y = 8$ (خاصية القسمة للمساواة)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: مثال١

1) خاصية التماثل للمساواة.

2)

$2(x+5)=11$ (معطيات)

$2x+10=11$ (خاصية التوزيع)

$2x=11-10$ (خاصية الطرح)

$x=\frac{1}{2}$ (خاصية القسمة)

3) أكمل البرهان الآتي : مثال٢

a) العبارات: $\frac{y+2}{3}=3$

b) المبررات: خاصية الضرب بالمساواة

c) العبارات: $y+2=9$ المبررات: التبسيط

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: مثالان٣، ٤

4)

المعطيات: $24=-4(x-3)+5x$

المطلوب: $x=12$

البرهان: العبارات (المبررات)

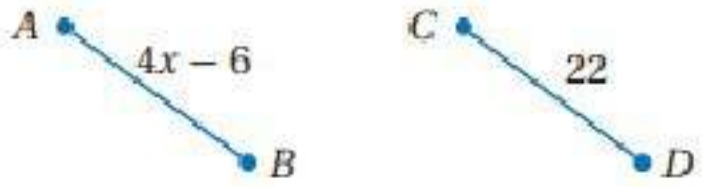
1) $24=-4x+12+5x$ خاصية التوزيع

$24=x+12$ خاصية الجمع للمساواة

$x = 12 - 24$ خاصية الطرح للمساواة

$x = 12$ خاصية التبسيط

5)



المعطيات:

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $x = 7$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

2) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $4x - 6 = 22$ (بالتعويض)

4) $4x = 28$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $x = 7$ (خاصية القسمة للمساواة)

6a) صحة:

البرهان:

1) 1) $T = 0.75(220 - a)$

2) $\frac{T}{0.75} = 220 - a$

3) $-a = \frac{T}{0.75} - 220$

4) $a = -\frac{T}{0.75} + 220$

5) $-\frac{T}{0.75} + 220 = a$

6) $220 - \frac{T}{0.75} = a$

6b) عمره 16 سنة

$a = 220 - \frac{153}{0.75}$

$a = 220 - 204$

$a = 16$

تدرب وحل المسائل

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: المثال ١

7) خاصية الطرح للمساواة.

8) خاصية الضرب للمساواة.

9) خاصية التوزيع للمساواة.

10) خاصية التوزيع للمساواة.

11)

$4(x-5) = x + 2$ (معطى)

$4x - 20 = x + 2$ (خاصية التوزيع)

$4x - x = 20 + 2$ (خاصية الجمع)

$3x = 22$ (خاصية الطرح)

$x = \frac{22}{3}$ خاصية القسمة

انكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

12) خاصية التعدي

13) خاصية الانعكاس.

14) خاصية الضرب للمساواة.

15) خاصية التعويض.

16) خاصية التعدي للمساواة

أكمل البرهانين الآتيين: المثالان٣، ٢

17)

العبارات	المبررات
a) $\frac{8-3x}{4} = 32$	a) معطيات
b) $4\left(\frac{8-3x}{4}\right) = 4(32)$	b) خاصية الضرب للمساواة
c) $8-3x = 128$	c) بالتبسيط
d) $-3x = 120$	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $x = -40$	e) خاصية القسمة للمساواة

18) علوم:

$d = vt + \frac{1}{2}at^2$ (معطى)

$2d = 2vt + at^2$ (خاصية الضرب للمساواة)

$at^2 = 2d - 2vt$ (خاصية الطرح للمساواة)

$a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$ (خاصية القسمة للمساواة)

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: المثال٣

19)

المعطيات: $-\frac{1}{3}n = 12$

المطلوب: $n = -36$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $-\frac{1}{3}n = 12$ (معطيات)

2) $-3\left(\frac{-1}{3}n\right) = -3 \times 12$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $n = -36$ (بالتبسيط)

20)

المعطيات: $-3r + \frac{1}{2} = 4$

المطلوب: $r = -\frac{7}{6}$

البرهان: العبارات(المبررات)

1) $-3r + \frac{1}{2} = 4$ (معطيات)

2) $2\left(-3r+\frac{1}{2}\right)=2\times 4$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $-6r+1=8$ (بالتبسيط)

4) $-6r=7$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $r=-\frac{7}{6}$ (خاصية القسمة للمساواة)

21a) علوم

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $PV=nRT$ (معطيات)

2) $\frac{PV}{nR}=\frac{nRT}{nR}$ (خاصية القسمة للمساواة)

3) $\frac{\mathrm{PV}}{\mathrm{nR}}=T$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $T=\frac{PV}{nR}$ (خاصية التماثل للمساواة)

21b) 305° كلفين، خاصية التعويض للمساواة.

$$T=\frac{PV}{nR}=\frac{1\times 25}{1\times 0.0821}=305^\circ$$

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينات الآتية:

22) المعطيات: $\overline{DF}\cong\overline{EG}$

المطلوب: $x=10$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{DF}\cong\overline{EG}$ (معطيات)

2) $DF = EG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $9 - 2x = 11$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $2x = 20$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $x = 10$ (خاصية القسمة للمساواة)

6) $x = 10$ (خاصية التماثل للمساواة)

23) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

المطلوب: $x = 4$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (معطيات)

2) $AB = AC$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $3x + 15 = 5x + 7$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $8 = 2x$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $4 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

6) $x = 4$ (خاصية التماثل للمساواة)

24) المعطيات: $\angle Y \cong \angle Z$

المطلوب : $x = 100$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle Y \cong \angle Z$ (معطيات)

2) $m\angle Y = m\angle Z$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $x + 10 = 2x - 90$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $10 = x - 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $x = 100$ (خاصية الجمع للمساواة)

6) $x = 100$ (خاصية التماثل للمساواة)

25)

المعطيات: $\angle MPN \cong \angle QPN$

المطلوب: $x = 16$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle MPN \cong \angle QPN$ (المعطيات)

2) $m\angle MPN = m\angle QPN$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $x + 26 = 2x + 10$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $16 = x$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $x = 16$ (خاصية التماثل للمساواة)

26a) كهرباء:

المعطيات: $V = \frac{P}{I}$

المطلوب: $\frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

١) $V = \frac{P}{I}$ (معطيات)

٢) $V \cdot \frac{1}{2} = \frac{P}{I} \cdot \frac{1}{2}$ (خاصية الضرب بالمساواة)

٣) $\frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$ (بالتبسيط)

(26b

المعطيات: $V = \frac{P}{I}$

المطلوب: $2V = \frac{2P}{I}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

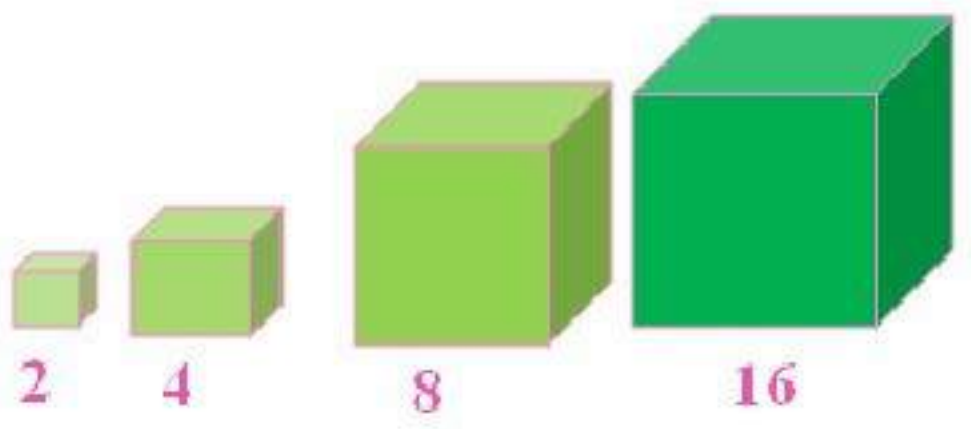
١) $V = \frac{P}{I}$ (معطيات)

٢) $2 \cdot \frac{P}{I} \quad 2V =$ (خاصية الضرب للمساواة)

٣) $\frac{2P}{I} \quad 2V =$ (بالتبسيط)

27) تمثيلات متعددة:

27a) حسياً:



27b) جدولياً:

حجم المكعب = S^3

طول الضلع (S)	الحجم(V)
٢	$8 = 2^3$
٤	$١٢٨ = 4^3$
٨	$٥١٢ = 8^3$
١٦	$٤٠٩٦ = 16^3$

27c) لفظياً: إذا تضاعف طول ضلع المكعب، فإن حجمه يصبح ٨ أمثال الحجم الأصلي.

27d) جبرياً: $8V = (2s)^3$

27e) منطقياً: المعطيات: مكعب طول ضلعه s وحدة وحجمه V وحدة مكعبة

المطلوب: $8V = (2s)^3$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) طول ضلع المكعب s وحدة. (معطيات)

٢) حجم المكعب V وحدة مكعبة. (معطيات)

٣) $V = s^3$ (صيغة حجم المكعب)

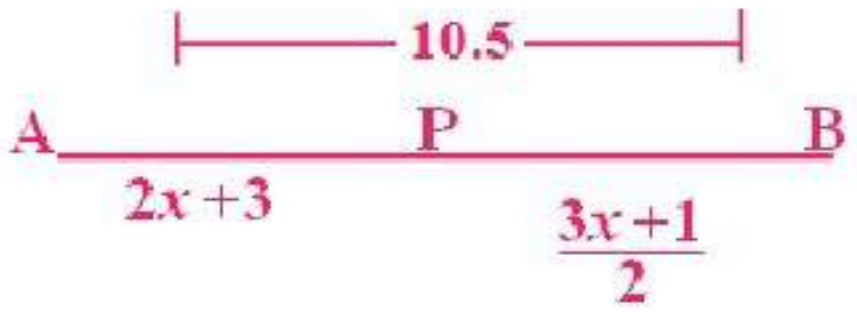
٤) $V = s.s.s$ (تعريف الأس)

٥) $2.s.2.s.2.s = ٢,٢,٢.V$ (خاصية الضرب للمساواة)

٦) $(2s)(2s)(2s) = ٨V$ (بالتبسيط)

٧) $8V = (2s)^3$ (تعريف الأس)

28) تحد:



المعطيات: $AP = 2x + 3$

$$PB = \frac{3x+1}{2}$$

$$AB = 10.5$$

المطلوب: $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $PB = \frac{3x+1}{2}$ (معطيات)

$AP = 2x + 3, AB = 10.5$

٢) $2x + 3 + \frac{3x+1}{2} = 10.5$ (خاصية التعويض للمساواة)

٣) $2 \times \left(2x + 3 + \frac{3x+1}{2}\right) = 10.5 \times 2$ (خاصية الضرب للمساواة)

٤) $2 \times \left(2x + 3 + \frac{3x+1}{2}\right) = 21$ (بالتبسيط)

٥) $2 \times 2x + 2 \times 3 + 2 \times \frac{3x+1}{2} = 21$ (خاصية التوزيع)

٦) $4x + 6 + 3x + 1 = 21$ (بالتبسيط)

٧) $7x+7=21$ (بالتبسيط)

٨) $7-7=21-7$ $7x+7-7=21-7$ (خاصية الطرح للمساواة)

٩) $7x=14$ (بالتبسيط)

١٠) $x=2$ (خاصية القسمة للمساواة)

١١) $AP=2\times2+3$ (خاصية التعويض للمساواة)

١٢) $AP=4+3$ (بالتبسيط)

١٣) $AP=7$ (بالتبسيط)

١٤) $\frac{AP}{AB}=\frac{7}{10.5}$ (خاصية التعويض للمساواة)

١٥) $\frac{AP}{AB}=\frac{2}{3}$ (بالتبسيط)

تبرير:

٢٩) صحيحة دائماً، إذا كان $a+b=0$ فإن $a+b-b=0-b$ (خاصية الطرح للمساواة)

$a=-b$ (بالتعويض) ولذا تكون هذه العبارة صحيحة دائماً.

٣٠) صحيحة أحيانا، إجابة ممكنة إذا كان $a^2=1$

وكان $a=1$ فإن $\sqrt{b}=\sqrt{1}=1$

وعندما $a=-1$ و $b=1$ فإن $\sqrt{b}=1$

لأن الجذر التربيعي غير سالب، عندئذٍ تكون العبارة غير صحيحة، ولذلك فالعبارة صحيحة أحيانا.

31) تحد:

31a) $5+7=12$, $7+9=16$, $3+5=8$ هذه أمثلة توضح التخمين، ولكنها لا تثبته، وذلك لن الأعداد الفردية المذكورة لا تمثل جميع الأعداد الفردية، وإنما هي أمثلة فقط.

31b) أمثلة: $2(2)-1=3\ ,\ 2(3)-1=5\ ,\ 2(4)-1=7$

31c) سوف اجمع العبارتين $2n-1, 2m-1$ اللتين تمثلين أي عددين فرديين، وأثبت أن المجموع من مضاعفات العدد ٢.

31d) أفترض أن العددين الصحيحين الفرديين هما $2n-1, 2m-1$ فيكون المجموع $(2n-1)+(2m-1)$ يساوي $2n+2m-1$

نلاحظ أن كل حد يحوي العامل ٢، لذا يمكن أخراجه عاملاً مشتركاً لينتج

$2(n+m-1)$. وهذه الصيغة هي المضاعفة للعدد ٢، إذاً هي تمثل عدداً زوجياً، لذا فإن مجموع عددين صحيحين فرديين هو عدد صحيح زوجي.

٣٢) اكتب: البرهان الحر هو نوع من البراهين الذي تكتب فيه الخطوات جملاً كاملة على شكل فقرة. وهذا النوع من البرهان يمثل في محتواه البرهان ذا العمودين ولكنه يختلف عنه شكلاً. وهذا البرهان أسهل في الكتابة من ذي العمودين.

البرهان ذي العمودين تُكتب العبارات في عمود وتكتب المبررات في عمود آخر بجانب العمود الأول.

تدريب على الاختبار المعياري

٣٣) B

٣٤) J

مراجعة تراكمية

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحيانا أو غير صحيحة أبداً. فسر إجابتك.

٣٥) صحيحة أحيانا، لأن المستوى يتضمن ثلاث نقاط على الأقل، أما النقطة الرابعة فإما أن تقع على هذا المستوى أو على مستوى آخر.

٣٦) غير صحيحة أبداً: مجموع الزاويتين المتكاملتين يساوي 180°

إذن الزاويتان المنفرجتان لا يمكن أن تكونا متكاملتين.

٣٧) صحيحة دائماً، بما أن المستقيم هو خط تقاطع المستويين، فإن هذا المستقيم يقع في كلا المستويين.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي اعتماداً على المعطيات مبرراً إجابتك.

٣٨) صحيحة، بما أن ٢٤ تقبل القسمة على ٦، إذن وفق قانون الفصل المنطقي، فإنها تقبل القسمة على ٣.

٣٩) غير صحيحة، $27 \div 6 = 4,5$ والعدد ٤,٥ ليس عدداً صحيحاً

٤٠) صحيحة، بما أن ٨٥ لا يقبل القسمة ٣، إذن حسب المعاكس الإيجابي للعبارة وقانون الفصل المنطقي، فإن ٨٥ لا تقبل القسمة على ٦.

٤١) مبان: ٦ ممرات

استعد للدرس اللاحق

أوجد طول كل قطعة مستقيمة مما يأتي مستعيناً بالشكل:

٤٢) $\overline{ST} = 4.0 - 1.2 = 2.8\text{cm}$

٤٣) بما أن $\overline{XY} = \overline{WX}$

إذن X منتصف $\overline{WY}$

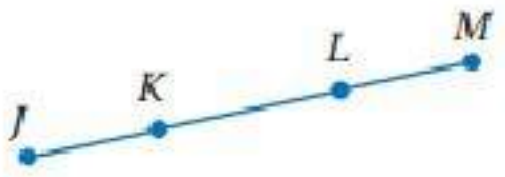
$\overline{WY} = 4.8 \div 2 = 2.4\text{cm}$

(٤٤

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$

$3\frac{1}{4} \div 3 = 1\frac{1}{4}$ in

1-7 إثبات علاقات بين القطع المستقيمة



العبارات	المبررات
a) $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	a) معطيات
b) $JL = KM$	b) تعريف تطابق القطع المستقيمة
c) $JK + KL = JL$	c) مسلمة جمع القطع المستقيمة
d) $KL + LM = KM$ $JK + KL = KL + LM$	d) بالتعويض
e) $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e) خاصية الطرح للمساواة
f) $JK = LM$	f) بالتعويض
g) $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g) تعريف تطابق القطع المستقيمة

٢) نجارة:

المعطيات: $\overline{KL} \cong \overline{MN}, \overline{MN} \cong \overline{PQ}$

$\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$

البرهان: العبارات و (المبررات)

$\overline{PQ} \cong \overline{MN}$ و $\overline{MN} \cong \overline{KL}$ و $\overline{RS} \cong \overline{PQ}$ (معطيات)

$\overline{PQ} = \overline{MN}$ و $\overline{MN} = \overline{KL}$ و $\overline{MN} \cong \overline{KL}$ (خاصية تطابق القطع المستقيمة)

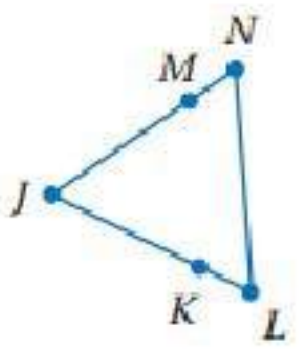
إذا كان $\overline{PQ} = \overline{MN}$ و $\overline{MN} = \overline{KL}$ فإن $\overline{PQ} = \overline{KL}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

إذا كان $\overline{PQ} = \overline{RS}$ فإن $\overline{KL} = \overline{RS}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

$\overline{KL} = \overline{RS}$ باستعمال خاصية التماثل للتطابق.

ومن ذلك يكون طول القطعة الخشبية الأولى مساويً لطول القطعة الخشبية الرابعة.

أكمل البرهان الآتي: المثال١



1a) (معطيات)

1b) $\overline{LK} = \overline{NM}$, $\overline{KJ} = \overline{MJ}$

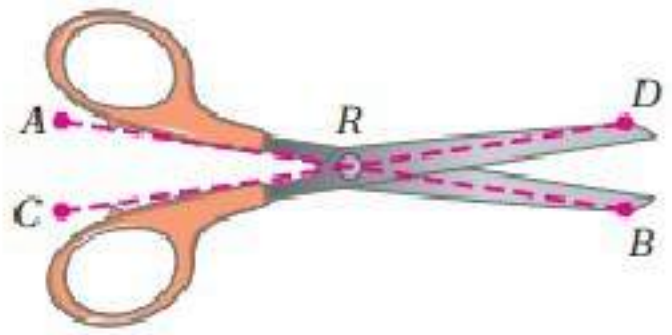
1e) $LJ + NJ$

1c) خاصية الجمع للمساواة

1f) التعويض

1g) خاصية معرفة تطابق القطع المستقيمة

٢) مقص:



المعطيات: $\overline{AR} \cong \overline{CR}$

$\overline{DR} \cong \overline{BR}$

المطلوب: $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$

البرهان: العبارات (المبررات)

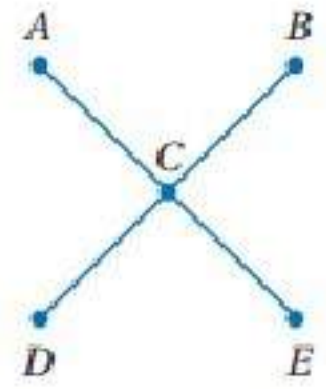
١) $\overline{AR} \cong \overline{CR}, \overline{DR} \cong \overline{BR}$ (معطيات)

٢) $AR = CR, DR = BR$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AR + DR = CR + BR$ (خاصية الجمع للمساواة)

تدرب وحل المسائل

3) أكمل البرهان الآتي: مثال١



(3a

a) C نقطة منتصف $\overline{AE}$ ، C نقطة منتصف $\overline{BD}$

b) تعريف نقطة المنتصف

c) $\overline{AE} \cong \overline{BD}$ تعريف تطابق القطع المستقيمة

d) $AE = AC + CE$

$BD = BC + CD$

e) التعويض

f) التعويض

g) $2AC = 2CD$

h) $\frac{\not{2}AC}{\not{2}} = \frac{\not{2}CD}{\not{2}}$

i) تطابق القطع المستقيمة

٤) **تبليط:** المثال٢

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$

المطلوب: $2AB = EF$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$ (معطيات)

٢) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AB + AB = EF$ (بالتعويض)

٤) $2AB = EF$ (بالتعويض)

أثبت الخاصيتين الآتيتين في النظرية (١,٢).

٥) خاصية التماثل للتطابق:

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

٢) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $CD = AB$ (خاصية التماثل للمساواة)

٤) $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٦) خاصية الانعكاس للتطابق:

المعطيات: $\overline{AB}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات(المبررات)

١) $\overline{AB}$ (معطيات)

٢) $AB = AB$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

٣) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٧) برهان: أثبت كلا مما يأتي:

المعطيات: $\overline{XZ} \cong \overline{WY}$, $\overline{VY} \cong \overline{VZ}$

المطلوب: $\overline{VX} \cong \overline{VW}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $\overline{XZ} \cong \overline{WY}$, $\overline{VY} \cong \overline{VZ}$ (المعطيات)

٢) $VZ = VY$, $WY = XZ$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $VZ = VX + XZ$, $VY = VW + WY$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

٤) $VX + XZ = VW + WY$ (بالتعويض)

٥) $VX + WY = VW + WY$ (بالتعويض)

٦) $VX = VW$ (خاصية الطرح للمساواة)

٧) $VW = VX$ (خاصية التماثل للمساواة)

٨) $\overline{VW} \cong \overline{VX}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٨) المعطيات: E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

المطلوب: $\overline{CE} \cong \overline{EG}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ (معطيات)

٢) $DE = EF$ (تعريف نقطة المنتصف)

٣) $CD = FG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٤) $CD + DE = EF + FG$ (خاصية الجمع للمساواة)

٥) $CE = CD + DE, EG = EF + FG$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٦) $CE = EG$ (بالتعويض)

٧) $\overline{CE} \cong \overline{EG}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(9a

المعطيات: $\overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{EF} \cong \overline{LK}, AC + CF + EF = GI + IL + LK$

المطلوب: $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) $\overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{EF} \cong \overline{LK}, AC + CF + EF = GI + IL + LK$ (معطيات)

٢) $EF = LK, AC = GI$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AC + CF + FE = AC + IL + KL$ (بالتعويض)

٤) $AC - AC + CF + FE = AC - AC + IL + LK$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $CF + FE = IL + LK$ (بالتبسيط)

٦) $CF + FE = IL + FE$ (بالتعويض)

٧) $CF + FE - FE = IL + FE - FE$ (خاصية الطرح للمساواة)

٨) $CF = IL$ (بالتبسيط)

٩) $\overline{CF} \cong \overline{IL}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

9b) لقد قست $\overline{CF}$ و $\overline{IL}$ وهما متساويتا الطول، إذاً هما متطابقتان.

١١) تمثيلات متعددة:

10a)

10b) $8PC = PQ$

10c)

يمكنك قياس طول $\overline{PC}$ ووضع علامات على $\overline{PQ}$ لقطع طول كل منها يساوي طول $\overline{PC}$، ثم عد القطع الناتجة.

10d) المعطيات A نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C نقطة منتصف $\overline{PB}$

المطلوب: $8PC = PQ$

العبارات (المبررات)

١) المعطيات A نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C نقطة منتصف $\overline{PB}$

٢) $PA = AQ,\ PB = BA,\ PC = CB$ (تعريف نقطة المنتصف)

٣) $PC + CB = PB$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٤) $PC + PC = PB$ (بالتعويض)

٥) $2PC = PB$ (بالتبسيط)

٦) $PB + BA = PA$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٧) $PB + PB = PA$ (بالتعويض)

٨) $2PB = PA$ (بالتبسيط)

٩) $2(2PC) = PA$ (بالتعويض)

١٠) $4PC = PA$ (بالتعويض)

١١) $PA + AQ = PQ$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

١٢) $PA + PA = PQ$ (بالتعويض)

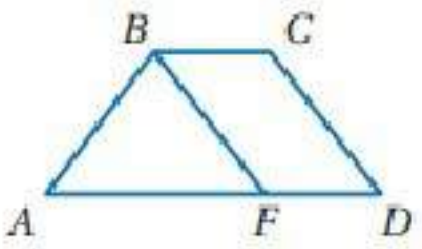
13) $2PA = PQ$ (بالتبسيط)

14) $2(4PC) = PQ$ (بالتعويض)

15) $8PC = PQ$ (بالتبسيط)

مسائل مهارات التفكير العليا

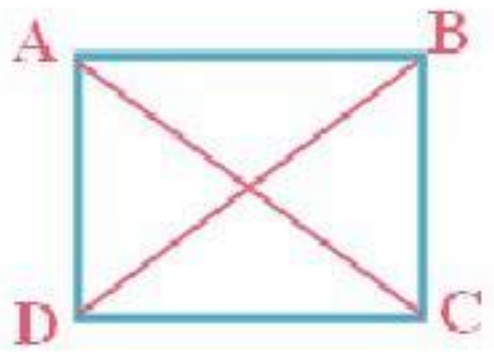
١١) اكتشف الخطأ:



كلاهما اخطأ والإجابة الصحيحة هي بما أن $\overline{CD} \cong \overline{PF}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

فإن $\overline{AB} \cong \overline{PF}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

١٢) تحد:



المعطيات: $ABCD$ مربع

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $ABCD$ مربع (معطيات)

٢) $AB = BC = CD = DA$ (تعريف المربع)

٣) $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$, $(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$ (نظرية فيثاغورث)

٤) $(BD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ (بالتعويض)

٥) $(AC)^2 = (BD)^2$ (خاصية التعدي للمساواة)

٦) $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)

٧) $AC = \sqrt{(BD)^2}$ (بالتعريف يجب أن يكون الطول موجباً)

٨) $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)

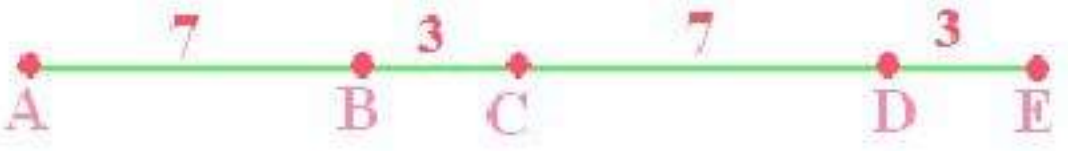
٩) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

١٣) اكتب:

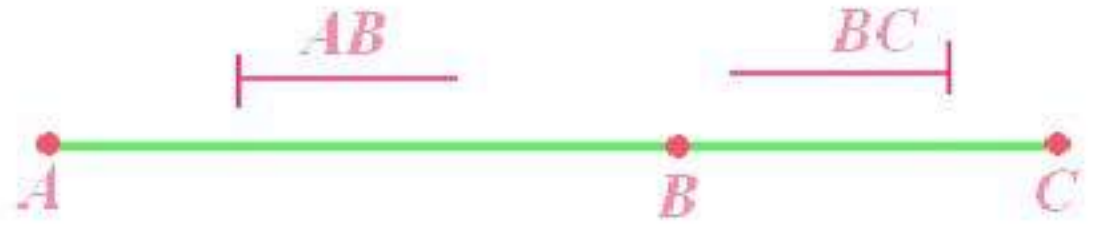
لا، لأن التطابق صفة للقطع المستقيمة، والقطع المستقيمة لا يمكن جمعها، في حين أن أطوال القطع المستقيمة هي أعداد يمكننا جمعها.

١٤) تبرير:

خطأ، إذا كان $AC = BD = CE = 10$، فإن
$DE = 3, CD = 7, BC = 3, AB = 7$



١٥) مسألة مفتوحة:



$$AC = AB + BC$$

تدريب على الاختبار المعياري

١٦) B

١٧) C

مراجعة تراكمية

١٨) برهان: اكتب برهانا ذا عمودين.

البرهان: العبارات و(المبررات)

١) $-3(2x+1)=57$ (معطيات)

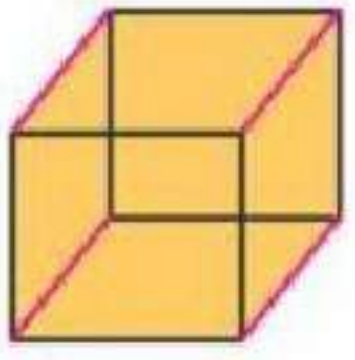
٢) $-6x-3=57$ (خاصية التوزيع)

٣) $-6x=60$ (خاصية الجمع)

٤) $x=\frac{-60}{6}$ (خاصية القسمة)

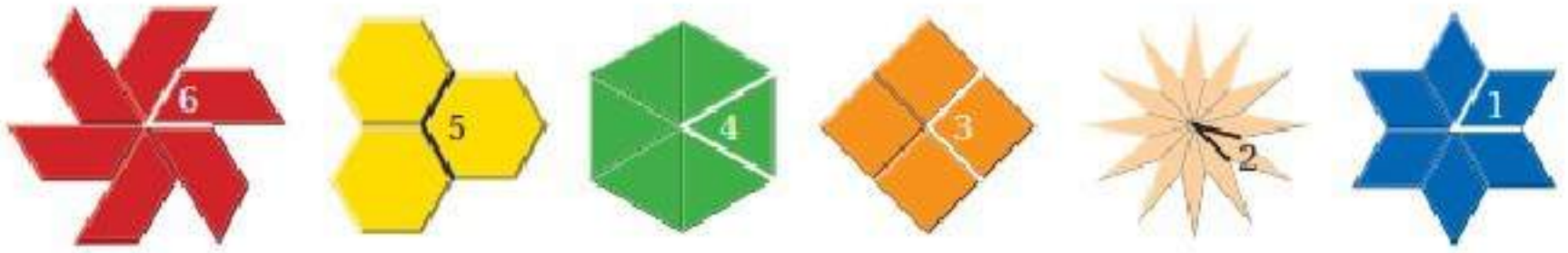
٥) $x=-10$

١٩) نماذج:



و ينتج ١٢ مستقيماً من تقاطعهما

20) أنماط:



استعد للدرس اللاحق

جبر: أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

٢٢) بما أن الزاوية قائمة إذن قياسها $= 90^\circ$

$$(5x-2)^\circ + (8x+1)^\circ = 90^\circ$$
$$13x = 90 + 1 = 91$$
$$x = 91 \div 13$$
$$x = 7$$

٢٣) بما أن الزاوية مستقيمة إذن قياسها $= 180^\circ$

$$(8x+4)^\circ + 14x^\circ = 180^\circ$$
$$22x + 4 = 180$$
$$22x = 180 - 4 = 176$$
$$x = 176 \div 22$$
$$x = 8$$

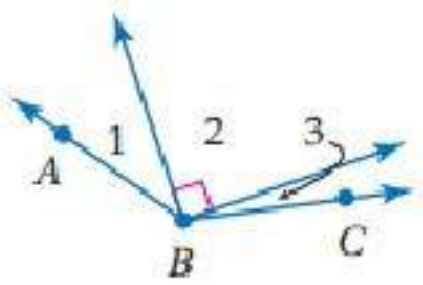
٢٤) بما أن الزاوية قائمة إذن قياسها $= 90^\circ$

$$2x^\circ + 4x^\circ = 90^\circ$$
$$6x = 90$$
$$x = 90 \div 6$$
$$x = 15$$

1-8 إثبات علاقات بين الزوايا

تحقق

(١



$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$

(مسلّمة جميع الزوايا)

$23^\circ + 90^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$ $(m\angle 2 = 90^\circ)$

$113^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$ (بالتبسيط)

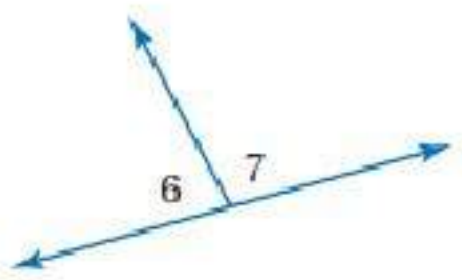
$113^\circ + m\angle 3 - 113^\circ = 131^\circ - 113^\circ$ (خاصية الطرح للمساواة)

$m\angle 3 = 18^\circ$ (بالتبسيط)

تحقق

صفحة ٦٣

(٢



بما أن $\angle 7$ و $\angle 6$ متجاورتان على مستقيم إذن مجموعهما $= 180^\circ$

$m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتان المتكاملتان)

$3x + 32 + 5x + 12 = 180^\circ$ بالتعويض

$8x + 44 = 180^\circ$ بالتبسيط

$8x + 44 - 44 = 180^\circ - 44$ خاصية الطرح للمساواة

$8x = 136$ بالتبسيط

$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8}$ خاصية القسمة للمساواة

$x = 17$ بالتبسيط

$m\angle 6 = 3x + 32$ معطيات

$m\angle 6 = 3(17) + 32 = 83$ بالتعويض

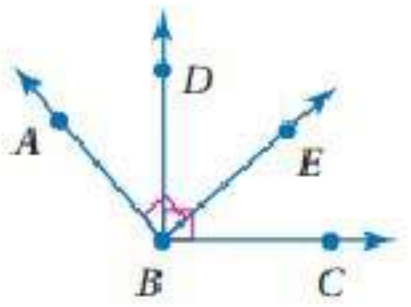
$m\angle 6 = 83$ بالتبسيط

$m\angle 7 = 5x + 12$ معطيات

$m\angle 7 = 5(17) + 12$ بالتعويض

$m\angle 7 = 97$ بالتبسيط

٣)



المعطيات: $\angle DBC$ و$\angle ABE$ قائمتان.

المطلوب: $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:

١) $\angle DBC$ و$\angle ABE$ قائمتان (معطيات)

٢) $m\angle DBC = 90 , m\angle ABE = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $\angle ABD , \angle DBE$ متتامتان

$\angle EBC , \angle DBE$ متتامتان (نظرية الزاويتين المتتامتين)

4) $\angle ABD \cong \angle EBC$ (نظرية تطابق المتممات)

4) $\angle 4 \cong \angle 3$ (نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$m\angle 4 \cong m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

$6x + 2 = 8x - 14$ (بالتعويض)

$6x + 2 + 14 = 8x - 14 + 14$ (خاصية الجمع للمساواة)

$6x + 16 = 8x$ (بالتبسيط)

$6x + 16 - 6x = 8x - 6x$ (خاصية الطرح للمساواة)

$16 = 2x$ (بالتبسيط)

$8 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

$m\angle 3 = 6x + 2$ (معطى)

$m\angle 3 = 6(8) + 2$ (بالتعويض)

$m\angle 3 = 50^\circ$ (بالتبسيط)

$m\angle 3 = m\angle 4$ (نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$m\angle 4 = 50^\circ$ (بالتعويض)

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك. مثال١

١)

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$$
$$x + (x - 16) = 90$$
$$2x = 16 + 90 = 106$$

$$x = \frac{106}{2} = 53$$
$$m\angle 2 = 53^\circ$$
$$m\angle 3 = x - 16 = 53 - 16$$
$$m\angle 3 = 37^\circ$$

٢)

$m\angle 4$ و $m\angle 5$ زاويتان متجاورتان مجموعهما 180°

$$(3(x-1))^\circ + (x+7)^\circ = 180^\circ$$
$$3x - 3 + x + 7 = 180$$
$$4x + 4 = 180$$
$$4x = 176$$
$$x = 176 \div 4$$
$$x = 44$$

$$m\angle 4 = 3 \times (44 - 1)$$
$$m\angle 4 = 129^\circ$$

$$m\angle 5 = (44 + 7)$$
$$m\angle 5 = 51^\circ$$

٣) موقف: مثال٢

المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 6$

المطلوب: $\angle 4 \cong \angle 8$

البرهان:

١) $\angle 2 \cong \angle 6$ (معطيات)

٢) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180$

$m\angle 2 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٣) $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$ (بالتعويض)

٤) $m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 4 = 180 - m\angle 2$

$m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $m\angle 4 = 180 - m\angle 2$

$m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (بالتعويض)

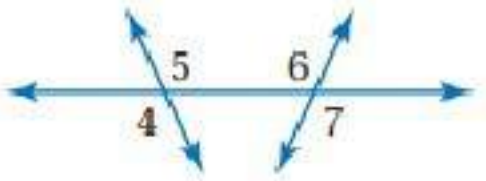
٦) $m\angle 4 = m\angle 8$ (بالتعويض)

٧) $\angle 4 \cong \angle 8$ (تعريف تطابق الزوايا)

٤) برهان: المثال٣

العبارات	المبررات
a) $\angle 3, \angle 1$ متتامتان و $\angle 3, \angle 1$ متتامتان	a) معطيات
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = 90^\circ$	b) تعريف الزاويتين المتتامتين
$m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$	
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	c) بالتعويض
d) $m\angle 1 = m\angle 2$	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $\angle 1 \cong \angle 2$	e) تعريف تطابق الزوايا

٥) برهان: المثال٤



المعطيات $\angle 7 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 5$

البرهان: العبارات و(المبررات)

١) $\angle 7 \cong \angle 4$ (معطيات)

٢) $\angle 4 \cong \angle 5$, $\angle 6 \cong \angle 7$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٣) $\angle 5 \cong \angle 7$ (خاصية التعدي للتطابق)

٤) $\angle 5 \cong \angle 6$ (خاصية التعدي للتطابق)

تدرب وحل المسائل

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك. الأمثلة ١-٣

٦) $m\angle 5 = m\angle 6 = 45^\circ$ (مسلمة جمع الزوايا ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

٧)

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$$
$$28^\circ + m\angle 3 = 90^\circ$$
$$m\angle 3 = 90^\circ - 28^\circ$$
$$m\angle 3 = 62^\circ$$

٨) $m\angle 1 = m\angle 4 = 45^\circ$ (نظرية الزاويتين المتتامتين ومسلمة جمع الزوايا)

$m\angle 2$ و $m\angle 4$ (نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

$$m\angle 2 + m\angle 4 = 180^\circ$$
$$m\angle 2 + 105^\circ = 180^\circ$$
$$m\angle 2 = 180^\circ - 105^\circ$$
$$m\angle 2 = 75^\circ$$

$m\angle 5$ و $m\angle 4$ (نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

$$m\angle 5 + m\angle 4 = 180^\circ$$
$$m\angle 5 + 105^\circ = 180^\circ$$
$$m\angle 5 = 180^\circ - 105^\circ$$
$$m\angle 5 = 75^\circ$$

$$m\angle 3 = 180^\circ - 75^\circ$$
$$m\angle 3 = 105^\circ$$

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

٩)

$$(3x+12)^\circ + (x-24)^\circ = 180^\circ$$
$$4x - 12 = 180^\circ$$
$$4x = 192^\circ$$
$$x = 192 \div 4$$
$$x = 48$$

$$m\angle 9 = 3 \times 48 + 12$$
$$m\angle 9 = 156^\circ$$

$$m\angle 10 = 48 - 24$$
$$m\angle 10 = 24^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتكاملتين)

١٠)

$$(2x+23)^\circ = (5x-112)^\circ$$
$$5x - 112 - 2x - 23 = 0$$
$$3x - 135 = 0$$
$$3x = 135$$
$$x = 135 \div 3$$
$$x = 45^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

$$m\angle 3 = 2 \times 45 + 23$$
$$m\angle 3 = 113^\circ$$

$$m\angle 4 = 113^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

١١)

$$(2x-21)^\circ + (3x-34)^\circ = 180^\circ$$
$$5x - 55 = 180$$
$$5x = 235$$
$$x = 235 \div 5$$
$$x = 47$$

$m\angle 6 = 2 \times 47 - 21$
$m\angle 6 = 73^\circ$

$m\angle 7 = 3 \times 47 - 34$
$m\angle 7 = 107^\circ$

$m\angle 8 = 73^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين ونظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

برهان: اكتب برهانا ذا عمودين في كل مما يأتي: المثال٤

١٢)

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

٢) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle CBD$ (مسلمة جمع الزوايا)

٤) $m\angle ABD + m\angle CBD = 90$ (بالتعويض)

٥) $\angle ABD, \angle CBD$ متتامتان (تعريف الزاويتان المتتامتان)

١٣)

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle 6 \cong \angle 5$ (معطيات)

٢) $m\angle 6 = m\angle 5$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $\angle 5$ و $\angle 4$ متكاملتين (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

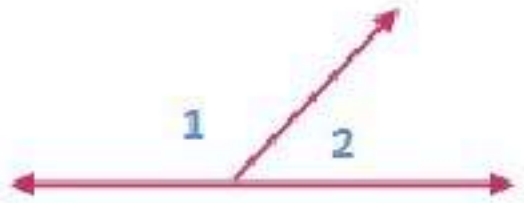
٤) $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

٥) $m\angle 4 + m\angle 6 = 180$ (بالتعويض)

٦) $\angle 6, \angle 4$ متكاملتين (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

اكتب برهانا لكل من النظريات الآتية:

١٤)

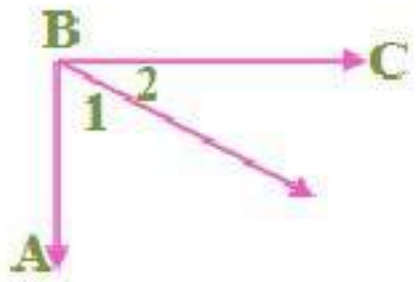


المعطيات: $\angle 2$, $\angle 1$ متجاورتين على مستقيم

المطلوب: $\angle 2$, $\angle 1$ متكاملتين.

برهان حر: عندما تكون الزاويتين متجاورتين على مستقيم، فإن الزاوية الناتجة عنهما هي زاوية مستقيمة قياسها 180°.وبالتعريف تكون الزاويتان متكاملتان، إذا كان مجموع قياسهما يساوي 180°.وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ وبذلك تكون الزاويتين متكاملتين إذا كانتا متجاورتان على مستقيم.

١٥)



المعطيات $\angle ABC$ قائمة

المطلوب $\angle 1, \angle 2$ متتامتان

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

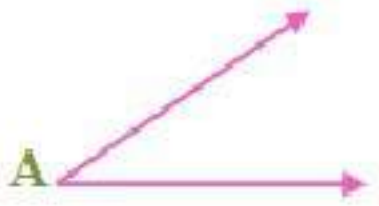
٢) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (مسلمة جمع الزوايا)

٤) $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

٥) $\angle 1$,$\angle 2$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

١٦)



المعطيات: $\angle A$

المطلوب: $\angle A \cong \angle A$

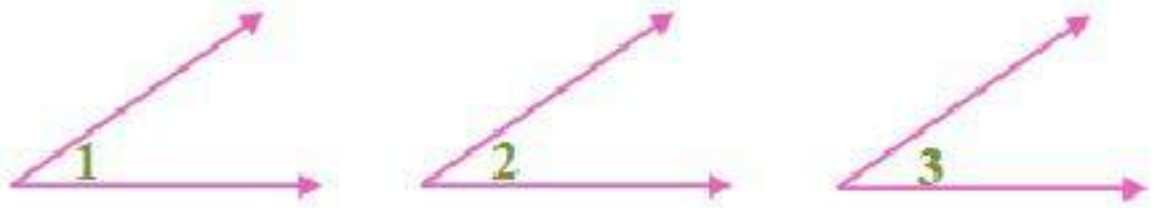
البرهان: العبارات و(المبررات)

١) $\angle A$ (معطيات)

٢) $m\angle A = m\angle A$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

٣) $\angle A \cong \angle A$ (تعريف تطابق الزوايا)

١٧)



المعطيات $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب $\angle 1 \cong \angle 3$

البرهان:

١) $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 3$ (معطاة)

٢) $m\angle 1 = m\angle 2, m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle 1 = m\angle 3$ (خاصية التعدي للمساواة)

٤) $\angle 1 \cong \angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

١٨) برهان:

المعطيات: $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360^\circ$

البرهان:

١) $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين (معطاة)

٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180 \ , m\angle 3 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٣) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180 + m\angle 3$ (خاصية الجمع للمساواة)

٤) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

٥) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + 180$ (بالتعويض)

٦) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360$ (بالتبسيط)

١٩) طبيعة:

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 2 \cong \angle 3$

البرهان :

١) $\angle 1 \cong \angle 4$ (معطيات)

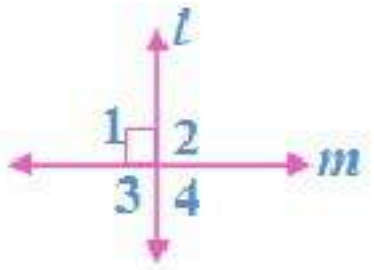
٢) $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٣) $\angle 1 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي للتطابق)

٤) $\angle 2 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي للتطابق)

برهان: استعمل الشكل المجاور لكتابة برهان لكل من النظريات الآتية:

٢٠) نظرية ١,٩: يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان أربع زوايا قائمة



المعطيات: $e \perp m$

المطلوب: $\angle 4, \angle 3, \angle 2$ قوائم

البرهان:

١) $e \perp m$ (معطيات)

٢) $\angle 1$ قائمة (تعريف التعامد)

٣) $m\angle 1 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٤) $\angle 1 \cong \angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٥) $m\angle 1 = m\angle 4$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

٦) $m\angle 4 = 90^\circ$ (بالتعويض)

٧) $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على مستقيم

$\angle 4, \angle 3$ متجاورتين على مستقيم. (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

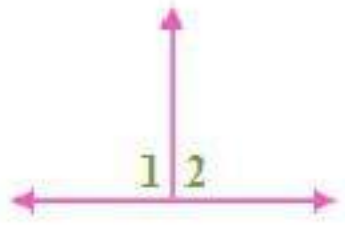
٨) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ, m\angle 4 + m\angle 3 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٩) $m\angle 2 = 180 , 90 + m\angle 3 = 180$ ٩٠ + (بالتعويض)

١٠) $m\angle 2 = 90 , m\angle 3 = 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

١١) $\angle 2 , \angle 3, \angle 4$ قوائم (تعريف الزاوية القائمة)

٢١) نظرية ١,١٠: جميع الزوايا القائمة متطابقة



المعطيات: ∠2, ∠1 قائمتان

المطلوب: ∠1≅∠2

البرهان:

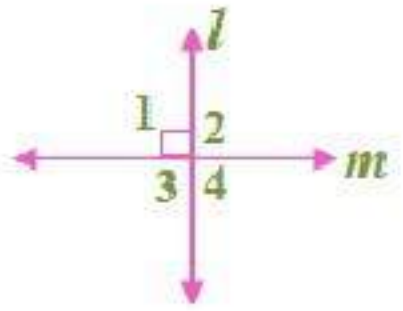
١) ∠1,∠2 قائمتان (معطاة)

٢) $m\angle 1=90, m\angle 2=90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle 1 = m\angle 2$ (بالتعويض)

٤) ∠1≅∠2 (تعريف تطابق الزوايا)

٢٢) نظرية ١,١١: المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة



المعطيات: $m \perp e$

المطلوب: ∠1≅∠2 ≅∠4 ≅∠3

البرهان:

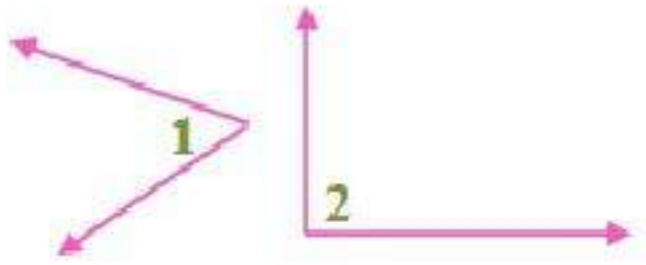
١) $m \perp e$ (معطاة)

٢) ∠1 ,∠2 قائمتان

∠3 ,∠4 قائمتان (يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان ٤ زوايا قائمة)

٣) ∠1≅∠2 ≅∠4 ≅∠3 (جميع الزوايا القائمة متطابقة)

٢٣) نظرية ١,١٢: إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين فإنهما قائمتان.



المعطيات: $\angle 2$, $\angle 1$ متكاملتان $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب: $\angle 2$,$\angle 1$ قائمتان

البرهان:

١) $\angle 2$, $\angle 1$ متكاملتان $\angle 2 \cong \angle 1$ (معطيات)

٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (تعريف الزاوية المتكاملة)

٣) $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

٤) $m\angle 1 + m\angle 1 = 180^\circ$ (بالتعويض)

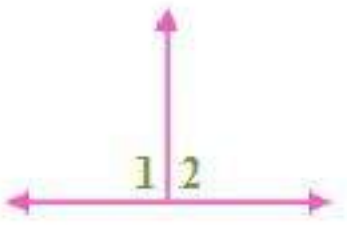
٥) $2m\angle 1 = (180)$ (بالتعويض)

٦) $m\angle 1 = 90$ (خاصية القسمة)

٧) $m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

٨) $\angle 1$,$\angle 2$ قائمتان (تعريف الزاوية القائمة)

٢٤) نظرية ١,١٣: إذا تجاورت زاويتان على مستقيم، وكانتا متطابقتين، فإنهما قائمتان.



المعطيات: $\angle 1$,$\angle 2$ متجاورتين على مستقيم، $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب: $\angle 1$,$\angle 2$ قائمتين

البرهان:

١) $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على مستقيم، $\angle 1 \cong \angle 2$

٢) $\angle 1 = \angle 2$ تعريف تطابق الزوايا

٣) $\angle 1 + \angle 2 = ١٨٠^\circ$ (تعريف الزوايا المتجاورة على مستقيم)

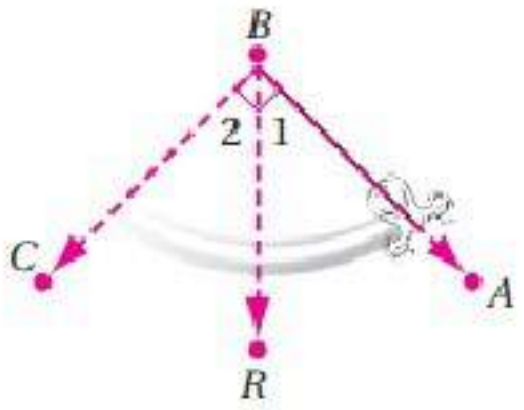
٤) $\angle 1 + \angle 1 = ١٨٠^\circ$ خاصية التعويض

٥) $\angle 1 = \angle 2 = ١٨٠^\circ$ (خاصية الجمع للمساواة)

٦) $\angle 1 = ٩٠^\circ$ (خاصية القسمة للمساواة)

٧) $\angle 1, \angle 2$ قائمتين كل منهما $= ٩٠^\circ$

٢٥) بندول:



بما أن $\angle ABC$ قائمة، فإن قياسها يساوي ٩٠°، $\overrightarrow{BR}$ يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و $\angle CBR$ وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle ABC = m\angle ABR + m\angle CBR$

وبالتعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90^\circ$

وبالتعويض مرة أخرى $m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$

وبما أن $m\angle 1 = 45$

$45 + m\angle 2 = 90$

وباستعمال خاصية الطرح للمساواة

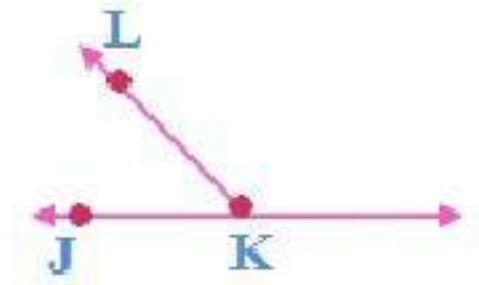
$45 - 45 + m\angle 2 = 90 - 45$

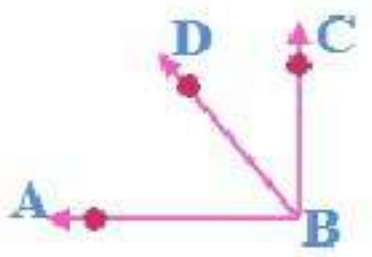
$m\angle 2 = 45$ وبما أن $m\angle 2$, $m\angle 1$ متساويان

فإن $\overrightarrow{BR}$ يكون منصفاً للزاوية $m\angle ABC$ بتعريف منصف الزاوية.

26a) تمثيلات متعددة:

(26a





(26b $\angle JKL$, $\angle DBC$ متتامتان

(26c

المعطيات: $\angle ABD, \angle DBC$ متتامتان

$\angle ABD \cong \angle JKL$

المطلوب: $\angle JKL, \angle DBC$ متتامتان

البرهان:

١) $\angle ABD, \angle DBC$ متتامتان

$\angle ABD \cong \angle JKL$ (معطاة)

٢) $m\angle DBC + m\angle ABD = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

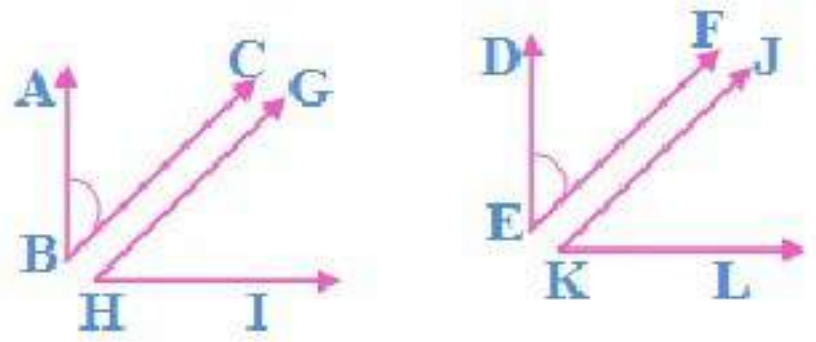
٣) $m\angle ABD = m\angle AJKL$ (تعريف تطابق الزوايا)

٤) $m\angle DBC + m\angle JKL = 90^\circ$ (بالتعويض)

٥) $\angle DBC, \angle JKL$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

٢٧) تحد:

وردت العبارة"أو لزاويتين متطابقتين" في نصي النظريتان، وهذا يعني أن علينا أثبات النظريتين في هذه الحالة



المعطيات:

$\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ متممة $\angle ABC$

$\angle JKL$ متممة $\angle DEF$

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

١) $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ متممة $\angle ABC$

$\angle JKL$ متممة $\angle DEF$ (معطيات)

٢) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ$

$m\angle ABC + m\angle GHI = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

٤) $m\angle \mathbf{ABC} + m\angle \mathbf{JKL} = 90^\circ$ (بالتعويض)

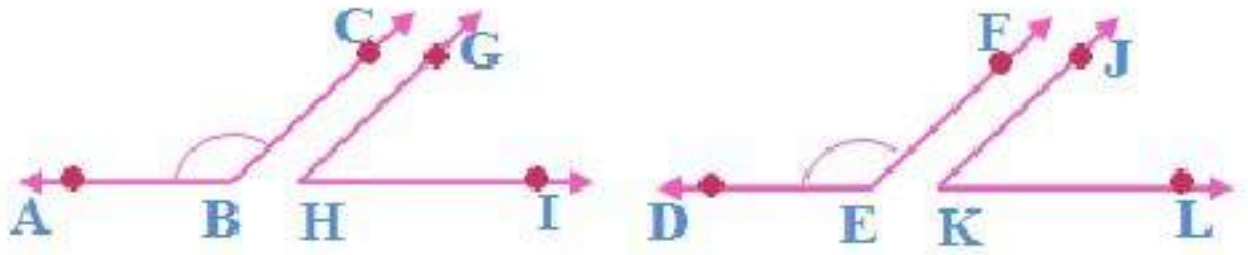
٥) $90^\circ = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التماثل للمساواة)

٦) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي للمساواة)

٧) $m\angle ABC + m\angle JKL = m\angle ABC + m\angle GHI$ (خاصية الطرح للمساواة)

٨) $m\angle JKL = m\angle GHI$ (بالتبسيط)

٩) $\angle JKL \cong \angle GHI$ (تعريف تطابق الزوايا)



المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$

$\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

١) $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$

$\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$ (معطيات)

٢) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ, m\angle ABC + m\angle GHI = 180^\circ$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

٤) $m\angle ABC + m\angle JKL = 180^\circ$ (بالتعويض)

٥) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي للمساواة)

٦) $= m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI$

$m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية الطرح للمساواة)

٧) $m\angle GHI = m\angle GKL$ (بالتبسيط)

$\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطبيق الزوايا)

٢٨) تبرير:

غير صحيحة أبداً ليس كل زاويتين متجاورتين ناشئتان من تقاطع مستقيمان، تكونان متجاورتين على مستقيم، وإذا كانت إحدى هاتين الزاويتين حادة فسيكون قياسها أقل من ٩٠° وسيكون قياس مكملتها أكثر من ٩٠°

لأن ناتج طرح عدد أقل من ٩٠° من ١٨٠° هو عدد اكبر من ٩٠° دائماً.

٢٩) اكتب:

بما أن المنقلة تتضمن تدريجاً للزوايا الحادة وآخر للزوايا المنفرجة، فإن قياس المكملة هو القياس المقابل لقياس الزاوية المعلومة على التدريج الأخر من المنقلة.

تدريب على الاختبار المعياري

٣٠) A

$\angle AFE = \angle BFD = 108^\circ$ بالتقابل بالرأس

$$\angle BFD = \angle BFC + CFD$$
$$108^\circ = 42^\circ + CFD$$
$$CFD = 108^\circ - 42^\circ$$
$$CFD = 66^\circ$$

٣١) B

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$
$$\frac{\angle A}{\angle B} = \frac{1}{4}$$

$$\angle B = 4\angle A$$
$$\angle A + 4\angle A = 90^\circ$$
$$5\angle A = 90^\circ$$
$$\angle A = 90^\circ \div 5$$
$$\angle A = 18^\circ$$

مراجعة تراكمية

٣٢) خرائط:

نعم، حسب مقياس الرسم المعطى $100km = 62mi$ إذن $AB = CD$ وبتعريف تطابق القطع المستقيمة فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

٣٣) خاصية الطرح للمساواة.

٣٤) خاصية التماثل للمساواة.

٣٥) خاصية التعويض للمساواة.

٣٦) خاصية التوزيع.

استعد للدرس اللاحق

٣٧) المستقيم n

٣٨) النقطة R

٣٩) W

٤٠) $\overleftrightarrow{PR}$ أو S

٤١) نعم، يقطع المستقيم L كلا من المستقيمين m, n وذلك عند مد المستقيمات الثلاثة.

الفصل 1 دليل الدراسة والمراجعة

اختبار المفردات:

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه لتجعل الجملة صحيحة

١) خاطئة ، النظرية.

٢) خاطئة، الفرض.

٣) صحيحة.

٤) خاطئة، المعكوس.

٥) صحيحة.

٦) خاطئة، المسلمة

٧) صحيحة.

٨) خاطئة، مثال مضاد.

٩) خاطئة، نفي.

١٠) صحيحة.

حدد ما إذا كان أي من التخمينين الآتيين صحيحاً أو خاطئاً. فإذا كان التخمين خاطئ فأعط مثالاً مضاداً.

١١) خاطئة، قد تكون الزاويتان المتكاملتين غير متجاورتان على مستقيم.

١٢) صحيحة.

١٣) منازل: حتى لا تتراكم عليها الثلوج.

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسر تبريرك.

١٤) اليادة المربعة لا تكافئ ثلاثة أقدام مربعة، أو مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي 180° صحيحة.

١٥) يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، ومجموع قياسي الزاويتين المتتامتين لا يساوي 180° صحيحة.

١٦) لا يحوي المستوى أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، أو اليادة المربعة تكافئ ثلاثة أقدام مربعة، خاطئة.

١٧) حيوانات أليفة:

a) ١٨

b) ١٤

c) ٢٢

حدد قيمة الصواب للعبارتين الشرطيتين الآتيتين، وإذا كانت العبارة صحيحة، ففسر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعط مثالاً مضاداً.

١٨) صحيحة، إذا كان العدد موجب فإن تربيعه موجب أما إذا كان العدد سالب فإن تربيع السالب تعني ضربة في نفسه مرتين وبالتالي سيعطي عدد صحيح موجب

١٩) صحيحة. عند رسم شكل سداسي نجد شكل جميع زواياه منفرجة.

٢٠) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الآتية:

العكس: إذا كانت لزاويتين القياس نفسه، فإنهما تكونان متطابقتان، صحيحة.

المعكوس: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتان فلا يكون لهما القياس نفسه، صحيحة.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للزاويتين القياس نفسه، فإنهما لا تكونان متطابقتين. صحيحة.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته:

٢١) الشكل $PQRS$ متوازي أضلاع، قانون الفصل المنطقي.

٢٢) لا نتيجة لأن قانون القياس المنطقي، لا ينطبق، فنتيجة العبارة الأولى ليست فرضاً للعبارة الثانية.

٢٣) زلزال:

صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحاً دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك.

٢٤) غير صحيح أبداً، إذا تقاطع مستويان فأن تقاطعهما يكون مستقيماً

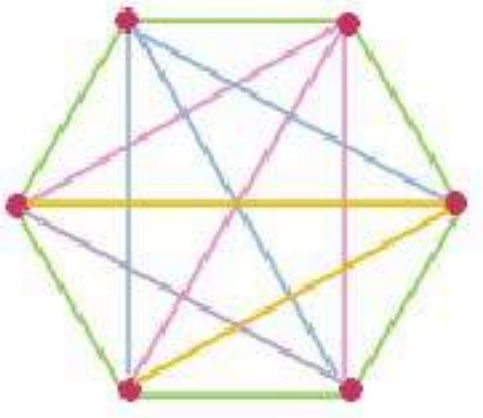
٢٥) صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط الثلاثة تقع على استقامة واحدة، فإنها ستقع في عدة مستويات، ولكن إذا لم تكن على استقامة واحدة ، فسوف تقع في مستوى واحد فقط.

٢٦) صحيحة دائماً، إذا احتوى المستوى مستقيماً، فإن جميع نقاط المستقيم تقع في هذا المستوى.

٢٧) صحيحة أحياناً، إذا كانت الزاويتين متجاورتين، فإنهما تكونان زاوية قائمة، أما إذا لم تكونا متجاورتين، فلا تكونان زاوية قائمة.

٢٨) عمل:

١٥ مصافحة



انكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

٢٩) خاصية التماثل للمساواة.

٣٠) خاصية الطرح للمساواة.

٣١) خاصية التوزيع.

٣٢) خاصية التعدي للمساواة.

٣٣) أكمل البرهان الآتي:

العبارات	المبررات
a) $6(x-4)=42$	a) معطيات
b) $6x-24=42$	b) خاصية التوزيع
c) $6x=66$	c) خاصية الجمع للمساواة
d) $x=11$	d) خاصية القسمة للمساواة

٣٤) اكتب برهاناً ذا عمودين:

١) $PQ=5x+9$, $PQ=RS$ (معطيات)

٢) $5x+9=x-31$ (بالتعويض)

٣) $4x+9=-31$ (خاصية الطرح للمساواة)

٤) $4x=-40$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $x=-10$ (خاصية القسمة للمساواة

٣٥) اختبارات:

خاصية التعدي.

اكتب برهاناً ذا عمودين في كل من المسألتين الآتيتين:

٣٦)

البرهان: العبارات والمبررات

١) X **نقطة منتصف كلاً من** $\overline{WY}, \overline{VZ}$ **(معطيات)**

٢) $\overline{VX} \cong \overline{ZX}, \overline{WX} \cong \overline{YX}$ **(تعريف نقطة المنتصف)**

٣) $VX = ZX, WX = YX$ **(تعريف تطابق القطع المستقيمة)**

٤) $VX = VW + WX, ZX = ZY + YX$ **(مسلمة جمع القطع المستقيمة)**

٥) $VW + WX = ZY + YX$ **(بالتعويض)**

٦) $VW + WX = ZY + WX$ **(بالتعويض)**

٧) $VW + WX - WX = ZY + WX - WX$ **(خاصية الطرح للمساواة)**

8) $VW = ZY$ **(التبسيط)**

٣٧)

البرهان: العبارات والمبررات

١) $AB = DC$ **(معطيات)**

٢) $AB + BC = DC + BC$ **(خاصية الجمع للمساواة)**

٣) $AB + BC = AC, DB = BC + DC$ **(مسلمة جمع القطع المستقيمة)**

٤) $AB + BC = AC, DB = BC + AB$ **(التعويض)**

٥) $AC = DB$ **(التبسيط)**

٣٨) جغرافيا:

أستعمل مسلمة جمع القطع المستقيمة.

أوجد قياس كل زاوية فيما يأتي:

٣٩) 90° ، بما أن $\angle 5$ مجاورة لزاوية أخري علي مستقيم واحد إذن مجموعهم = 180°، إذن $\angle 5 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

٤٠) 127°، $\angle 7$ تساوي 53° بالتقابل بالرأس، $\angle 7$ و $\angle 6$ متجاورتان على مستقيم إذن مجموعهم = 180°

$$\angle 7 + \angle 6 = 180^\circ$$
$$53^\circ + \angle 6 = 180^\circ$$
$$\angle 6 = 180^\circ - 53^\circ$$
$$\angle 6 = 127^\circ$$

٤١) 53°، $\angle 7$ تساوي 53° بالتقابل بالرأس.

٤٢) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

البرهان: العبارات والمبررات

١) $\angle 1 \cong \angle 4 , \angle 2 \cong \angle 3$ (معطيات)

٢) $m\angle 1 = m\angle 4 , m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

٤) $m\angle AFC = m\angle 1 + m\angle 2$ ، $m\angle 3 = m\angle 4 = m\angle EFC$ (خاصية جمع الزوايا)

٥) $m\angle AFC = m\angle EFC$ (بالتعويض)

٦) $\angle AFC \cong \angle EFC$ (تعريف تطابق الزوايا)

الفصل 1 اختبار الفصل

اكتب تخميناً يصف النمط في كل من المتتابعتين الآتيتين، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منهما:

١) الحد التالي هو المضاعف التالي للعدد ١٥ وهو ٧٥

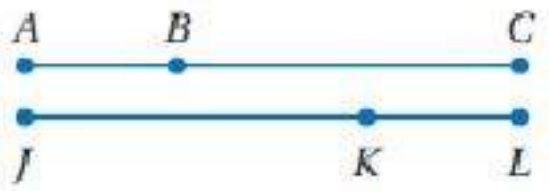
٢) يدور المثلث ° ٩٠ مع اتجاه عقارب الساعة في كل مرة، وتتحرك المنطقة المظللة يميناً ويساراً في كل مرة.

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها.

٣) $-3 > 5$ وجميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، خاطئة.

٤) $-3 > 5$ أو جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، وإذا كان $4x = 36$ فإن $x = 9$ صحيحة.

٥) اكتب برهاناً حرا:



البرهان: بما أن $\overline{JK} \cong \overline{CB}$, $\overline{KL} \cong \overline{AB}$

فإن $JK = CB$, $KL = AB$ وذلك بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

$JK + KL = CB + AB$ (بتطبيق خاصية الجمع للمساواة)

وباستعمال مسلمة جمع القطع المستقيمة ينتج أن

$$AC = AB + BC \text{ , } JL = JK + KL$$

وبالتعويض $AC = AB + BC$, $JL = CB + AB$ ينتج أن $JL = AC$

ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة ينتج أن $\overline{JL} \cong \overline{AC}$

6) رياضة:

a) أختار هؤلاء الطلاب كرة السلة فقط.

b) ٢٣

٧) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

٨) برهان: أكمل البرهان الآتي:

العبارات	المبررات
a) $3(x-4)=2x+7$	a) معطيات
b) $3x-12=2x+7$	b) خاصية التوزيع
c) $x-12=7$	c) خاصية الطرح للمساواة
d) $x=19$	d) خاصية الجمع للمساواة

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً:

٩) صحيحة أحياناً.

١٠) غير صحيحة أبداً.

١١) صحيحة دائماً.

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

١٢)

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$
$$x + (x - 6) + 90^\circ = 180^\circ$$
$$2x - 6 + 90^\circ = 180^\circ$$
$$2x + 84^\circ = 180^\circ$$
$$2x = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$$
$$x = 96^\circ \div 2$$
$$x = 48^\circ$$

$$\angle 1 = 48^\circ$$
$$\angle 2 = 48 - 6 = 42^\circ$$
$$\angle 3 = 90^\circ$$

١٣)

٨∠ و ٧∠ زاويتان متجاورتان علي مستقيم متكاملتان أي مجموعهما = ١٨٠

$$\angle 7 + \angle 8 = 180^\circ$$
$$2x + 15 + 3x = 180^\circ$$
$$5x + 15 = 180^\circ$$
$$5x = 180^\circ - 15 = 165$$
$$x = 165 \div 5$$
$$x = 33^\circ$$

$$\angle 7 = 2 \times 33 + 15$$
$$\angle 7 = 81^\circ$$
$$\angle 8 = 3 \times 33$$
$$\angle 8 = 99^\circ$$

٧∠ = ٥∠ = ٨١° بالتقابل بالرأس

٨∠ = ٦∠ = ٩٩° بالتقابل بالرأس

اكتب كلا من العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا كان... فإن):

١٤) إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها اقل من ٩٠°

١٥) إذا تقاطع مستقيمان متعامدان فإنهما يكونان زوايا قائمة.

اختيار من متعدد:

١٦) C

الإعداد للاختبارات المعيارية:

تمارين ومسائل

١) D

٢) C

أسئلة الاختيار من متعدد

1) C

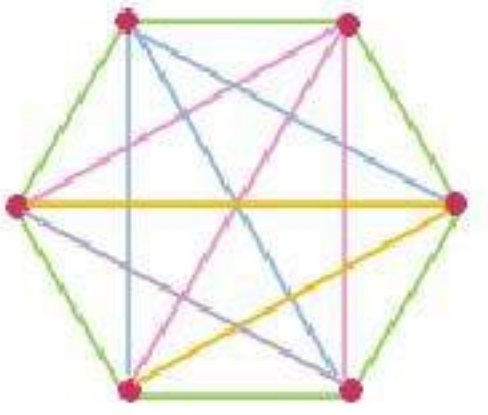
2) A

٣) C

٤) B

٥) D

٦) أرجوحة: C ، ١٥ طريقة



أسئلة ذات إجابات قصيرة

٧) $AB + BD = AD$

٨) $\overline{DF} = 12 - 15 = 3\,mm$

٩) خاصية الطرح للمساواة

١٠) المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاوية منفرجة فلن يكون قياسها اكبر من 90°

١١)

E منتصف $\overline{DF}$

$DE = EF$

$3x + 7 = 8x - 3$

$8x - 3x - 3 = 7$

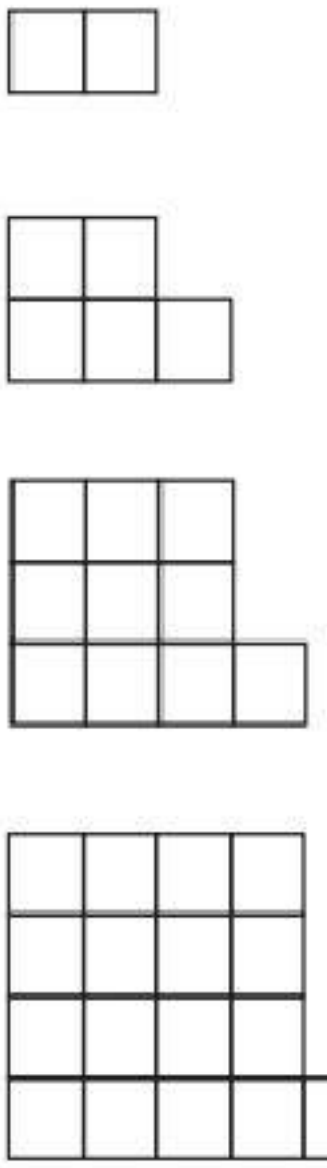
$5x = 7 + 3$

$5x = 10$

$x = 2\,cm$

أسئلة ذات إجابات مطولة

١٢)



a) عدد مربعات كل شكل يساوي رقم الشكل زائد ١

b) العبارة الجبرية هي: $n^2 + 1$

c)

$$6^2 + 1 = 37$$

عدد المربعات في الشكل السادس = ٣٧ مربع